Journal of İstanbul Kültür University
2006/3 pp. 105-112

DOĞADAKİ FRAKTALLAR

İlkan KAVLAK[1]

ÖZET

Doğada gözlediğimiz sistemlerde ortak bir yapı, temel bir benzeşim olmakla birlikte bu karmaşık yapıyı lineer (çizgisel ve sürekli) denklemlerle ifade etmek mümkün değildir. İlk bakışta çok karmaşık gibi görünen pek çok doğa olayı oluşturan ortak bir tabanın bulunduğu görüşü artık kaçınılmaz bir gerçek olarak beliriyor. Bu tabanın adına matematikçiler, kesirli boyut içerdiği için, 'Fraktal' demişlerdir. Fraktal yapıları oluşturan matematiğin kökeninde lineer olmayan bir denklemin kendi içinde 'iteratif' sürekli tekrarı bulunur. Bu tür fraktal yapılara örnek olarak gökteki bulutları, ağaçların dal ve yapraklarını, hatta akciğerin iç yapısını dahi gösterebiliriz. Bir baraj gölünün görünümü yada bir kar tanesinin yapısı yada bir atmacanın avını yakalamak için giriştiği mücadelede bir fraktal yapı ortaya koyduğunu görebiliriz. Yaptığımız poster çalışmasında da bu konuları işleyeceğiz ve fraktal çeşitlerine değineceğiz

Anahtar Kelimeler: *fraktal,kendine benzerlik,sierpinski*

GİRİŞ

Hayat dediğimiz şey için geçmişimiz, geleceğimiz, tüm doğa olayları ve tüm sistemleri ele alacak olursak bunlardan hiçbir şeyin tek başına var olmadığını ve her şeyin birbirine bağımlı olduğunu ve bir şey bozulursa her şeyin bozulacağını görürüz. Yani hayat öklidin uzayı gibi düzgün değildir. Hiçbir şey aslında lineer değildir. İşte kaos teorisi nonlineerliğin teorisidir. Doğada kendiliğinden meydana gelen şekiller birbiriyle inanılmaz benzerlik göstermektedir. Örnek olarak bir örümcek ağı ile salyangozun kabuk yapısı, bir arı bal yaparken peteğin içgüdüsel şekli , bir atmaca avını yakalamaya çalışırken havada yaptığı hareketler verilebilir. Bu olayların hepsinde bir kendine benzerlik vardır. Bu benzerlik nasıl meydana gelmektedir ? Doğadaki kendiliğinden meydana gelen olaylar belirli bir katsayının birbirleri üzerine eklenmesi ile oluşmaktadır. Yani fraktal yapıları oluşturan matematiğin kökeninde lineer olmayan bir denklemin kendi içinde 'iteratif' sürekli tekrarı bulunur [1]. Örneğin banka borcuna giren bir insan ödediği her faiz anapara ile toplam üzerinden değerlendirilir. Bu sonuç ise lineer olmayan sistemleri ortaya çıkarmaktadır. Biraz düşündüğümüz zaman doğa aslında kusursuz değildir. Çoğu şey kendiliğinden meydana gelmektedir. Örneğin ormanlarımızın yapısı yada mağaraların şekilleri bunlara baktığımız zaman düzenli olmayan şekiller olduğunu görürüz. Örneğin bir su bardağına mürekkep damlatırsak mürekkebin birkaç sanise içinde su içerinde yaptığı hareket bir deniz anasının şekline ne kadar benzemektedir[2] . Yada bir göl şekli Mandelbrot fraktalı ile ne kadar uyum sağlamaktadır. Yıllar önce Lorentz bu bağlantıyı ortaya çıkardı. Lorentz yaptığı çalışmada bulutların hareketini inceliyordu. Burada bulut hareketine bir "a" parametresi atadı ve gelen yağış şiddeti ile konumuna göre bir grafik çıkarttı. İkinci olarak "b" katsayısını bulut hareketi için kullandı fakat "b" katsayısı "a" katsayısı yanında ihmal edilecek kadar farklıydı yani bu iki katsayı hemen hemen aynı değere aitti ve aynı grafiği "b" içinde çizdi. Sonuç şaşırtıcıydı iki sistemin parametreleri arasında çok çok küçük katsayı farkı olmasına rağmen grafikler çok farklıydı. "a" ya bağlı grafik yağmur, bile getirmezken "b" ye bağlı grafik fırtınaya neden oluyordu. İşte bu bir fraktaldı ve tarihi söz söylendi:

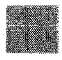
"Pekinde bir kelebeğin kanat çırpışı New York'ta çok büyük bir fırtınaya neden olabilir."

[1]Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü 26480 Eskişehir.
E:mail:ilkankavlak@gmail.com

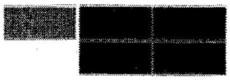
2. YENİ BİR DÜZEN GELİYOR FRAKTALLAR

2.1 Kendine Benzerlik

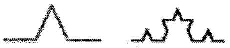
Yandaki şekli inceleyecek olursak kırmızı kutu ile mavi kutu benzerdir. Boyutları farklı olmasına rağmen aynı geometrik yapıdadırlar [3].



Yandaki şekli inceleyecek olursak iki yapının aynı geometrik yapıda olmadığını görürüz o halde bu iki şekil benzer değildir.

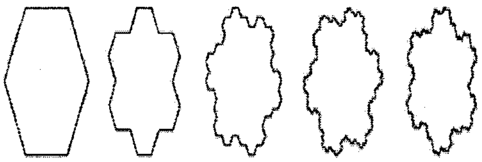


Yandaki şekilde ise kırmızı kutunun dört kere tekrarlanması ile bu iki geometrik yapının kendine benzerlik ilkesine dayandığını görürüz [3]



3 BASİT FRAKTALLAR

3.1 Gosper Adası

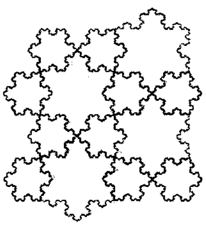


Altı tane doğru parçasının altı gen hale getirilmesi ile başlamaktadır. Sonra bu doğru parçaları her biri eşit uzunluklu olacak şekilde bir kenar 5 farklı çizgi haline getirilir

$$D=\left(\frac{\ln 3^2}{\ln 6}\right)=1.129.$$

Burada D boyut olarak tanımlanmıştır, burada ilginç olan tekrarlanma artarken çizgi sayısınında artacağı için boyutun sabit kalmasıdır.

3.2 Koch Kartanesi



Bu Fraktal ilk olarak 1904 yılında Helge van Koch tarafından tanımlanmıştır [3-6].

Fraktal boyutu hesaplanacak olursa Nn kenar numarası, Ln bir tek kenarın uzunluğu, Ln parametrenin uzunluğu An kar tanesinin alanı n tekrarlama katsayısı olmak üzere;

$$Nn = (3)(4^n) \tag{2}$$

$$L_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n \tag{3}$$

$$l_n = N_n L_n \tag{4}$$

$$l_n = 3\left(\frac{4}{3}\right)^n$$

$$A_n = A_{n-1} + \left(\frac{1}{3}\right) N_n {L_n}^2 \Delta \tag{5}$$

$$A_0 = \Delta \tag{9}$$

$$A_1 = A_0 + \frac{1}{3}\left(\frac{4}{9}\right)^0 \Delta \tag{10}$$

$$A_1 = \Delta\left(1 + \frac{1}{3}\left(\frac{4}{9}\right)^0\right)$$

$$A_2 = A_1 + \frac{1}{3}\left(\frac{4}{9}\right)^1 \Delta$$

$$A_2 = \Delta\left(1 + \frac{1}{3}\left[\left(\frac{4}{9}\right)^0 + \left(\frac{4}{9}\right)^1\right]\right)$$

$$A = \frac{8}{5}\Delta........(3.2.4)$$

$$An = \left[1 + \left(\frac{1}{3}\right)\sum_{k=0}^{n-1}\left(\frac{4}{9}\right)^k\right]\Delta \tag{11}$$

$$A_n = A_{n-1} + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{9}\right)^{n-1} \Delta. \tag{6}$$

$$d_{kap} = -\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\ln N_n}{\ln L_n}\right) \tag{7}$$

$$d_{kap} = \log_3 4$$

$$d_{kap} = \left(\frac{2\ln 2}{\ln 3}\right)$$

$$d_{kap} = 1.261859507$$

$$A_1 = A_0 + \frac{1}{3}\left(\frac{4}{9}\right)^0 \Delta \tag{8}$$

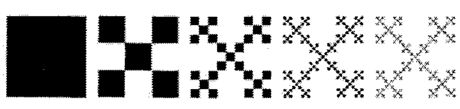
$$n \to \infty$$

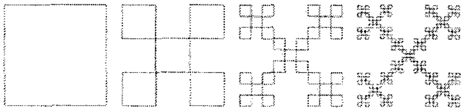
$$A = A_\infty$$

$$A = \left[1 + \frac{1}{3}\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{4}{9}\right)^k\right] \tag{12}$$

$$A = \left[1 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{1-\frac{4}{9}}\right)\Delta\right] \tag{13}$$

3.3 KUTU FRAKTAL:





Şekil 3.3.1

Siyah kutuların sayısı Ln beyaz bir kutunun bir kenarının uzunluğu olmak üzere An siyah kutuların "n." ötelemesinden sonraki fraktal alanı olmak üzere kapasite boyutunu hesaplarsak;

$$N_n = 5^n$$
$$Ln = 3^{-n}$$
$$An = LnLnNn. \qquad 14$$
$$An = \left(\frac{5}{9}\right)^n$$

$$d_{kap} = -\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\ln(5^n)}{\ln 3^{-n}}\right)$$

$$d_{kap} = -\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\ln N_n}{\ln L_n}\right) \qquad 15$$

$$d_{kap} = -\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n}{-n}\right)\left(\frac{\ln 5}{\ln 3}\right)$$

$$d_{kap} = 1.464973521 \qquad 16$$

3.4 SIERPINSKI ÜÇGENİ

Şekil 2.4.1 sierpinski üçgeni

Bu 13.yy da yaşamış olan bir Ressam tarafından ortaya çıkartılmış fakat 1915 yılında matematiksel yapısı ortaya konularak Sierpinski tarafından tanımlanmıştır. [4]

Yine bu fraktal tanımlanırken;

Nn n. tekrarlamadan sonra siyah üçgenlerin sayısı

Ln=bir üçgenin bir kenarının uzunluğu

An=n. ötelemeden sonra siyah fraktal alanın büyüklüğü olmak üzere

$$Nn = 3^n$$
$$Ln = 2^{-n}$$
$$An = Ln^2 Nn. \qquad (8) \qquad [5]$$
$$An = \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

buradan kapasite boyutu bulunacak olursa;

$$d_{cap} = -\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\ln(Nn)}{\ln(Ln)}\right) = -\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\ln 3^n}{\ln 2^{-n}}\right) = -\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n}{-n}\right)\left(\frac{\ln 3}{\ln 2}\right) = 1.58496500 \qquad (9)$$

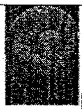
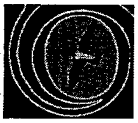
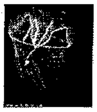
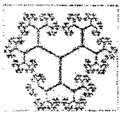
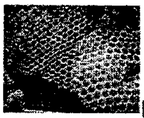
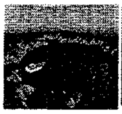
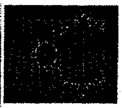
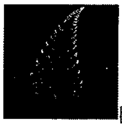
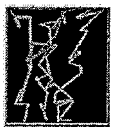
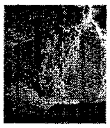
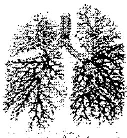
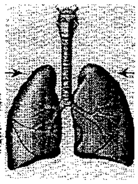
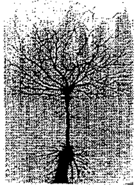
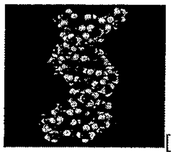
burada da görüldüğü gibi kapasite boyutu tekrarlama değiştikçe değişmemektedir. Sonuç sabittir bir de aşağıda görüldüğü gibi sierpinski üçgeninin pascal üçgeni ile inanılmaz bir benzerliği vardır.

Şekil 2.4.1 sierpinski üçgeninin pascal üçgenine benzerliği

3.5 MANDELBROT FRAKTALI:

Bu fraktal z ve c birer karmaşık sayı olmak üzere polinomu kullanılarak ve n kez ötelenerek bulunmaktadır[3-5] .

4. DOĞADAKİ FRAKTALLAR

 [12]  [14] şekil 3.1.2 (deniz kabuğu ve bir çiçeğin yapısı)	 [12]  [12] *(şekil 3.1.2 kasırga ve salyangozun kabuk yapısı)*
 *Şekil 3.1.3 bir atmaca avını gördüğü zaman ilk önce etrafında bir küçük tur atar ve sessizce yatayla yaptığı açıyı değiştirerek avına doğru yaklaşır ve avını yakalar işte bu harekette yandaki şekildeki gibi bir Arşimet spiralidir.*	
4.2 DENİZ ANASI:   [15]	**4.3 BAL PETEĞİ**   [9],[11]
4.4 GÖL   [4]	**4.5 EĞRELTİ OTU**  [4]
4.6 YILDIRIM  	**4.7 AKCİĞERLERİMİZ**   
4.8 DNA   [16]	

5. SONUÇ

Kahveyi karıştırırken gördüğümüz şekil, sigara dumanının yerden düzgün bir şekilde yükselirken birden bire havada dağılması, sonbaharda dökülen yaprakları izlerken çıkan rüzgar ve savrulan yapraklar çatlayan bir toprak, akan bir su buradaki olayların hepsi farklıda olsa bir ortak tema var hiçbiri bir düzen içinde değil ama hepsi bir ortak yapı üzerinde buluşmuş tuhaf değil mi bir düzensizlik var ama bütün düzensizlikleri bir sistem ele alıyor yani düzensizlik kendi içinde bir düzene itaat ediyor sanırım kaosu anlatabileceğimiz en güzel cümle bu. Fraktal yaşıyoruz dünyada, Embriyo halindeyken bir balık embriyosu ile özdeşleşiyoruz. Doğuyoruz okuyoruz büyüyoruz iş sahibi oluyoruz derken sosyal bir çevre güzel bir iş güzel bir eş sahibi oluyoruz. Ama her gün kaosu yaşıyoruz düzenli zannettiğimiz hayatımızda aslında o kadar çok düzensizlik var ki her gün yeni doğrular ve yeni yalanların tekrarlanmasından bir hayat biçiyoruz kendimize konumumuz değişiyor şeklimiz şemalimiz değişiyor ama boyutumuz değişmiyor. Tüm varlığımıza, bir Fraktal olarak kabul edilen DNA sahip çıkıyor onun esiri oluyoruz o kimliğimiz oluyor. Biraz daha düşünecek olursak zaman dediğimiz olguda aslında basit bir fraktal, pamuk ipliğinin ucunda olacak ufak bir etki ile diğerinden bağımsız hale gelecek bir şekilde yaşıyoruz. Yine zamanla şeklimiz değişse de herkesle aynı günü yaşıyoruz. Lineer Cebir yada analitik geometrinin ortaya çıkarttığı çemberler dörtgenler eğriler ne kadar düzenli peki sistemler birbirinden hiç beklenmedik şekilde beklenmedik bir yerden bağlıysa o zaman ne kullanacağız. Evet hayatta her şey birbirine ilginç bir şekilde bağlı ve her şey bir önceki adımı tekrarlayarak ilerliyor. Dünya asla o öklidin basit dünyası olmadı hiçbir şey düzgün değil hiçbir şey bağımsız değil. İki parçayı birleştirerek üçüncü bir parçayı elde etmiyoruz yepyeni başka bir sistem elde ediyoruz.

Doğada böyle bir benzerlik varsa bu benzerlikten neler yapılıyor diye düşünürsek, bu fraktal yapılardan borsanın yapısında şirketlerin, kar zarar tespitlerinde, meteoroloji araştırmalarında, fay hatlarının incelenmesinde, gürültü ve düzensizliklerde, faydalanılmaktadır. Madem hayat bir fraktal diyoruz fizik yasalarında çoğu şeyi ihmal ediyoruz fraktallarda boyuttaki ufacık bir değişiklik yeni bir fraktalı doğuracağına göre acaba farklı yasaları mı tanımladık yada tanımlıyoruz ?

"Evrende hiçbir şey ihmal edilecek kadar küçük değildir."

Teşekkür:

Bu posteri hazırlarken benden desteğini hiçbir zaman eksik etmeyen Yrd.Doç.Dr.Abdullah Alğın'a sonsuz Teşekkürlerimi sunarım.

KAYNAKLAR

Fraktal http://www.felsefeekibi.com/forum/forum_posts.asp?TID=35710&PN=3 alıntı tarihi 12 02 2006

www.entropy.net

KAOS James Clerk Tübitak Yayınları

http://mathworld.wolfram.com/Fractal.html

fraktallar http://math.rice.edu/~lanius/frac/

http://mathworld.wolfram.com/Peano-GosperCurve.html

http://mathworld.wolfram.com

www.fractaluniverse.org

http://www.dmi.unict.it/~anile/FuzzyArith/home/images/fractal.jpg

http://sprott.physics.wisc.edu/ fractals.htm

http://fractalartgallery.com/gallery/66/fromc0030.jpg.html

http://www.xahlee.org/SpecialPlaneCurves_dir/Spiral_dir/spiral.html

http://www.odtumd.org.tr/calismagr/yayin/bulten/119/fraktal.html
http://www.elanceur.org/jason/EricMeyerWebDesign/Projet12FixerFonds/shell-blue.jpg
http://www.bible.ca
http://sbchem.sunysb.edu/msl/dna.gif