

Gövde Boşluklu İnce Cidarlı Çelik C Profil Elemanların Dayanımı

Güven Kıymaz, Fatih Genç

T.C. İstanbul Kültür Üniversitesi, Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi, İnşaat
Mühendisliği Bölümü, Ataköy Kampüsü, 34156, Bakırköy, İstanbul

Tel: (212) 498 42 59

E-Posta: g.kiymaz@iku.edu.tr

fgenc79@hotmail.com

Edip Seçkin

T.C. İstanbul Kültür Üniversitesi, Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi, İnşaat
Mühendisliği Bölümü, Ataköy Kampüsü, 34156, Bakırköy, İstanbul

Tel: (212) 498 42 74

E-Posta: e.seckin@iku.edu.tr

Öz

Bu çalışma kapsamında, soğukta şekil verilmiş ince cidarlı kenarları rijitleştirilmiş çelik C kesit elemanların eğilme etkisi altında davranışları ilgili tasarım standardında (Amerikan AISI-2007) verilen kurallar çerçevesinde parametrik olarak incelenmiştir. Söz konusu kurallar kullanılarak, eleman kesitini oluşturan ince cidarlı levhaların farklı mesnetlenme ve yükleme durumları (düzleminde basınç, eğilme) için kesit elastik burkulma gerilmesi ve eleman tasarım dayanımları hesaplanabilmektedir. Parametrik çalışma kapsamında ele alınan temel problem kesitin gövdesinde boşluk bulunması durumudur. Gövdede boşluk bulunması durumu Amerikan AISI-2007 standardında tarif edilmekte ve hesap kuralları verilmektedir. Bu çerçevede elemanların eğilme dayanımları, gövdenin boşluklu ya da boşluksuz olması durumları için, söz konusu yönetmeliğe göre parametrik olarak incelenmiştir. Çalışma kapsamında ele alınan ince cidarlı, kenarları rijitleştirilmiş C kesit elemanların seçilen farklı geometriler (gövde ve başlık narinlikleri, gövdede boşluk boyutu, başlığın rijitleştirilme oranı vb.) için eğilme dayanımları standardın belirttiği limitler içinde ve dışında hesaplanmıştır. Son olarak hesaplan değerler ince cidarlı çelik elemanların dayanım hesabı için geliştirilmiş olan bir nümerik yöntem kullanılarak hesaplanan değerler ile karşılaştırılmış ve ayrıca gövde boşluklu elemanların eğilme dayanımlarının sözkonusu nümerik yöntemle hesaplanması için bir yaklaşık yöntem önerilmiş ve irdelenmiştir.

Anahtar sözcükler: İnce cidarlı C profil, gövde boşluğu, levha narinliği, doğrudan dayanım yöntemi

Giriş

Soğukta şekil verilerek üretilen ince cidarlı elemanlarla oluşturulan yapılar (hafif-çelik yapılar) özellikle 17 Ağustos 1999 Marmara Depremi sonrası genel olarak çelik yapılara duyulan ilginin artmasına paralel olarak uygulama potansiyeli hızla artan bir yapım teknolojisinin ürünü yapılardır. Bu teknoloji, konvansiyonel çelik yapım teknolojisinin temel özelliklerine sahip olup (projesine göre imal edilmiş elemanların sahada birleştirilerek çerçeve oluşturulması gibi) temel fark yapımda kullanılan elemanların soğukta şekil verilmiş ince cidarlı elemanlar olmalarıdır. Söz konusu elemanlar, sıcak hadde profillerin levha kalınlıklarına göre oldukça düşük kalınlıklara sahip çelik levhaların oda sıcaklığında farklı kesitler oluşturacak şekilde şekillendirilmesi ile üretilmektedir. Bu şekilde üretilen farklı boyut ve şekillere sahip kesitler esnek yapı tasarımına da imkan vermektedir.

Yukarıda bahsedildiği şekilde üretilen farklı eleman kesitlerinden uygulamada en yaygın olarak kullanılan kesit tipi C kesit olarak anılan kesittir. Hafif-çelik yapıların duvar, çatı ve normal kat döşeme taşıyıcı elemanları olarak sıkça kullanılan C kesitli elemanlar ayrıca birleşim kolaylığı sağlaması açısından da tercih edilmektedir. Bu tip elemanların kullanıldığı hafif çelik yapı uygulamalarında tesisat geçişleri için profil gövdelerinde boşluk açmak etkili hacim kullanımı açısından faydalı bir uygulamadır. Döşeme kirişlerinde açılan bu boşluklar sayesinde oda içi tavan yüksekliğinin tesisat unsurlarının kiriş altından geçişi nedeniyle azalması önlenmektedir (Şekil 1).



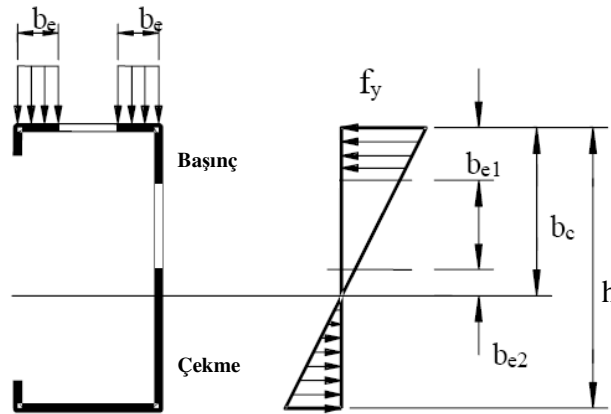
Şekil 1 Gövde boşluklu C kesit kiriş elemanlar

Mevcut makalede kenarlarından rijitleştirilmiş C kesitli elemanların eğilme etkisi altında davranışı yönetmelik koşulları kullanılarak parametrik olarak incelenmiştir. Bu kapsamda yapılan parametrik inceleme eleman gövdesinde boşluk bulunması durumunu da kapsamaktadır. Gövdede boşluk bulunması durumu Amerikan AISI-2007 standardında tarif edilmekte ve hesap kuralları verilmektedir. Bu çerçevede çalışma kapsamında ele alınan ince cidarlı, kenarları rijitleştirilmiş C kesit elemanların seçilen farklı geometriler (gövde ve başlık narinlikleri, gövdede boşluk boyutu, başlığın rijitleştirilme oranı vb.) için eğilme dayanımları standardın belirttiği limitler içinde ve

dışında hesaplanmıştır. Son olarak hesaplan değerler ince cidarlı çelik elemanların dayanım hesabı için geliştirilmiş olan bir nümerik yöntem kullanılarak hesaplanan değerler ile karşılaştırılmış ve ayrıca gövde boşluklu elemanların eğilme dayanımlarının sözkonusu nümerik yöntemle hesaplanması için bir yaklaşık yöntem önerilmiş ve irdelenmiştir.

Gövde Boşluklu Eğilme Elemanları için Davranış ve Hesap Esasları

Eğilmeye maruz ince cidarlı C profil elemanın gövde levhası, iki kenarı (gövde-başlık kesişimi) basit mesnetli ve eğilme momentinin etki yönüne bağlı olarak bir kısmı basınç diğer kısmı çekme gerilmeleri altında bir levhanın davranışını sergilemektedir. Bilindiği gibi ince cidarlı levhaları (gövde/başlık) düzlemsel basınç gerilmelerine maruz kesitlerin eğilme dayanımı hesabında öncelikle basınç bölgesinde bulunan ince cidarlı levhaların etkili genişlikleri hesaplanmaktadır. Levha etkili genişliği hesabı sonucunda ortaya çıkan etkili kesitin eğilme eksenini etrafındaki elastik kesit modülü ile malzeme akma gerilmesinin çarpımı eğilme dayanımını vermektedir. Şekil 2’de siyah taralı bölgeler eğilme altında bir C profilin basınç bölgesinde etkili çalıştığı varsayılan levha bölgeleridir. Diğer kısımların yerel burkulma nedeniyle dayanıma katkısının bulunmadığı kabul edilmektedir.



Şekil 2 Eğilme altında ince cidarlı C profil eleman kesitinde değişken gerilme dağılımı ve etkili levha genişlikleri

Şekil 3 te düzleminde değişken basınç gerilmesi altında bulunan ve iki kenarı mesnetli (başlık narinliğine bağlı olarak değişen tutululukta) gövdede etkili genişlikler b_1 ve b_2 gösterilmiştir. Bu şekilde tarif edilen etkili genişliklerin hesabı için yıllar içinde farklı ifadeler önerilmiş olmakla birlikte AISI-2007 de önerilen ifadeler aşağıda verilmiştir.

$$b_1 = b_e / (3 - \psi) \quad (1)$$

Burada b_e levha düzleminde üniform basınç durumu için etkili genişliktir ve levha narinliği λ ya bağlı olarak değişen ρ , levha burkulma azaltma katsayısının fonksiyonudur. λ ifadesinde yer alan w gerçek levha genişliği, f en büyük basınç gerilmesi ve k ise sınır koşulları ve levha uzunluk/genişlik oranının fonksiyonu olan bir katsayıdır.

$$\lambda > 0.673 \text{ için } b_e = \rho \cdot w \quad (2)$$

$$\lambda \leq 0.673 \text{ için } b_e = w$$

$$\rho = (1 - \frac{0.22}{\lambda}) / \lambda \leq 1.0 \quad (3)$$

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{k}} \left(\frac{w}{t} \right) \sqrt{\frac{f}{E}} \quad (4)$$

b_1 için (1) nolu eşitlikte verilen ifadede yer alan $\psi = f_2 / f_1$ dir (Şekil 3). Buna göre yukarıda tanımlanan k katsayısı ise $\psi = f_2 / f_1$ nin fonksiyonu olarak,

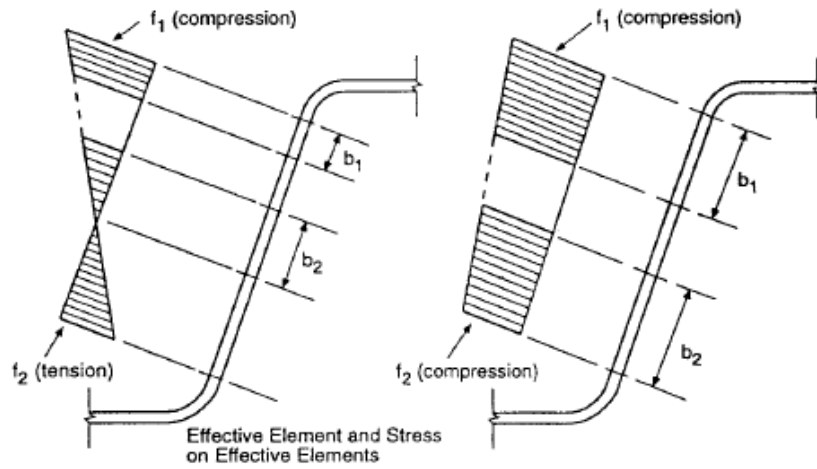
$$k = 4 + 2(1 - \psi)^3 + 2(1 - \psi) \text{ şeklinde verilmektedir.} \quad (5)$$

Diğer etkili genişlik b_2 ilgili yönetmelikte şu şekilde yer bulmaktadır;

$$\psi \leq -0.236 \text{ için } b_2 = b_e / 2 \quad (6)$$

$$\psi > -0.236 \text{ için } b_2 = b_e - b_1.$$

Şekil 3'te yer alan f_1 ve f_2 gerilmeleri ise eğilme altında uniform basınç altında bulunan basınç başlığının etkili genişliği göz önüne alınarak ortaya çıkan kesit üzerindeki elastik gerilme dağılımı üzerinden hesaplanan gerilme değerleridir. Bu gerilmeler köşe kıvrımlarının gövde levhası üzerinde doğrusal oldukları noktalar hizasında hesaplanır.



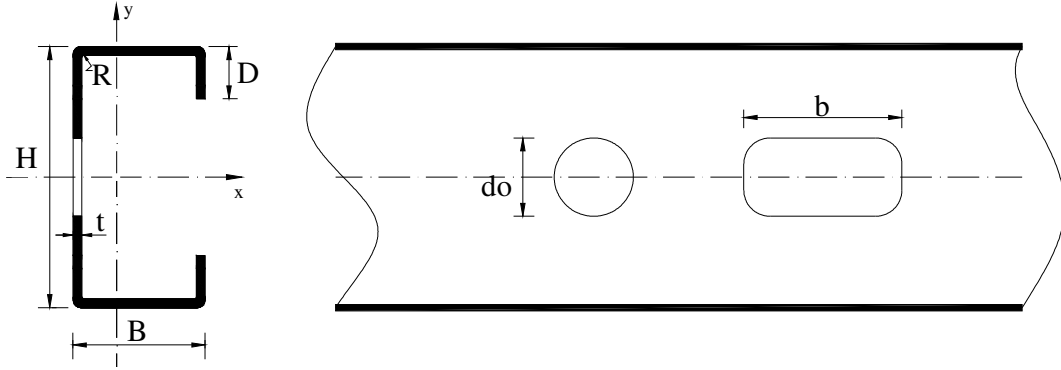
Şekil 3 İki kenarlı mesnetli gövde levhası üzerinde değişken gerilme dağılımı ve etkili genişlikler (AISI-2007)

Dayanım hesabında gövdede boşluk bulunması durumu için benimsenen yaklaşım temel olarak boşluksuz gövdede olduğu gibi yerel burkulma etkilerinin göz önüne alındığı etkili levha genişliğinin hesabını içermektedir. Ancak bu durumda basınç bölgesinde etkili genişliğin hesaplandığı levha genişliği boşluk dolayısıyla azalmakta ve ayrıca levha mesnet koşulları bir kenarlı basit mesnetli karşı kenarlı serbest kabul edilmektedir.

Eğilmeye maruz ince cidarlı profil gövdesinde boşluk bulunması durumu Amerikan AISI-2007 standardında tarif edilmekte ve hesap kuralları verilmektedir. Bu kurallar standardın B2.4 bölümünde yer almakta olup University of Missouri-Rolla (MST) da Shan ve diğ. (1994) tarafından yapılan araştırma sonuçlarına dayanmaktadır. Konuyla

ilgili diğer araştırma çalışmaları arasında Deshmukh (1996), LaBoube (1997), Sivakumaran ve diğ. (1989) ve yakın bir geçmişte Sivakumaran ve diğ. (2006) yer almaktadır. Anılan çalışmalarda genel olarak eğilme etkisi altında düzlemlerinde değişken gerilme dağılımına maruz ince cidarlı elemanlarda gövde boşluğunun dayanıma etkisi incelenmiştir.

Amerikan AISI-2007 standardında yer alan hesap kuralları eğilme altında gövdesinde boşluk bulunan C kesit profiller için geçerlidir ve tamamen deneysel sonuçlara dayanmaktadır.



Şekil 4 C profil gövdesinde boşluk bulunması durumu

Şekil 4'te de gösterildiği gibi C profil eleman gövde levhası üzerinde genellikle iki farklı boşluk geometrisi uygulanmaktadır. Hesap kurallarına esas teşkil eden ve Shan ve diğ. (1994) tarafından yapılan test çalışmalarında da sözkonusu boşluk geometrileri ele alınmıştır. Geometrik şekli dairesel ve dairesel olmayan şeklinde sınıflandırılan gövde boşluklu elemanlar için standartta verilen kurallar bazı kısıtlamalar çerçevesinde kullanılabilir. Bu kısıtlamalar aşağıda verilmiştir.

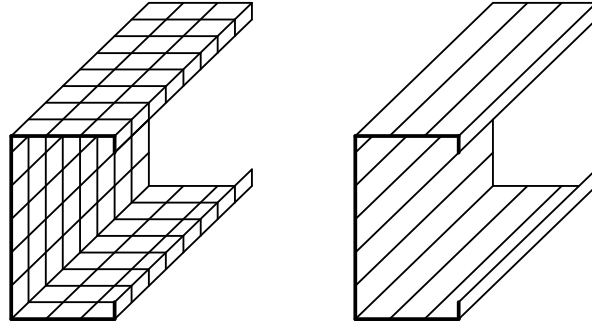
1. $d_0 / h < 0.7$
2. $h / t \leq 200$
3. Boşluk gövdenin ortasında olmalıdır,
4. Bir boşluktan diğer boşluğa temiz mesafe $\geq 457mm (18 in.)$,
5. Dairesel olmayan boşluklarda kıvrım açısı $\geq 2t$,
6. Dairesel olmayan boşluklarda, $d_0 \leq 64mm$ ve $b \leq 114mm$,
7. Düzgün yuvarlak boşluklarda boşluk çapı $\leq 152mm$,
8. $d_0 > 14mm$.

Standartta belirtildiği şekliyle eğer deliğin gövde levhası yüksekliği doğrultusundaki boyutunun (d_0) gövde levhası yüksekliğine (h) oranı 0.40 den küçük ise ($d_0 / h < 0.40$) dayanım hesabında boşluk etkisi göz önüne alınmadan yukarıda verilen (1)-(6) denklemleri kullanılmaktadır. $d_0 / h > 0.40$ olması durumunda gövde levhasının basınç bölgesinde yer alan etkili genişliği hesabında yukarıda bahsedildiği gibi azaltılmış levha genişliği ve bu levhanın bir kenarı basit mesnetli karşı kenarı serbest kabul edilerek formüller uygulanmaktadır. Mesnet koşullarının dayanıma etkisinin ölçüsü olan k katsayısı bu durum için $k = 0.43$ alınmaktadır.

Doğrudan Dayanım Yöntemi

Doğrudan dayanım yöntemi (DDY) (Direct Strength Method) ince cidarlı yapısal elemanların dayanım hesabı için Schafer ve Peköz (1998) tarafından geliştirilmiş bir yöntemdir. Yöntem öncelikle kesitin elastik burkulma özelliklerinin belirlenmesini ve sonrasında buradan elde edilen kritik burkulma değerlerinin bir dizi dayanım formülü içinde kullanılmasını içermektedir. Mevcut halinde bu yöntem kullanılarak ince cidarlı elemanların eğilme ve aksel basınç dayanımları hesaplanabilmektedir. Doğrudan dayanım yönteminde yukarıda açıklanan etkili levha genişliği hesabına gerek kalmamaktadır.

Yöntemin ilk aşamasını teşkil eden kesit elastik burkulma özelliklerinin tesbiti eğilme, basınç, eğilme ve basınç altında ince cidarlı elemanın kritik elastik burkulma yüklerinin hesabını içermektedir. Burkulma yükleri, farklı eleman boyları için yerel burkulma, çarpılma burkulması ve kolon burkulması modlarına tekabül eden yüklerdir ve sonlu eleman metodunun ince cidarlı elemanlara uyarlanmış bir versiyonu olan “sonlu şerit” (*finite strip*) metodu ile kolayca bulunabilmektedir. Şekil 5’te sonlu eleman ve sonlu şerit metodu ile oluşturulmuş tipik iki model gösterilmiştir. Metod ile temel olarak yük altında eleman için kritik burkulma yüklerine karşılık gelen özdeğerler ile burkulma modlarına karşılık gelen özvektörler hesaplanmaktadır. Bu şekilde hesaplanan kritik burkulma yüklerinden (P_{cr}) ya da momentlerden (M_{cr}) en küçüğü eleman için dayanım hesabında kullanılan yüküdür.



Şekil 5 Sonlu eleman ve sonlu şerit şeklinde oluşturulmuş modeller

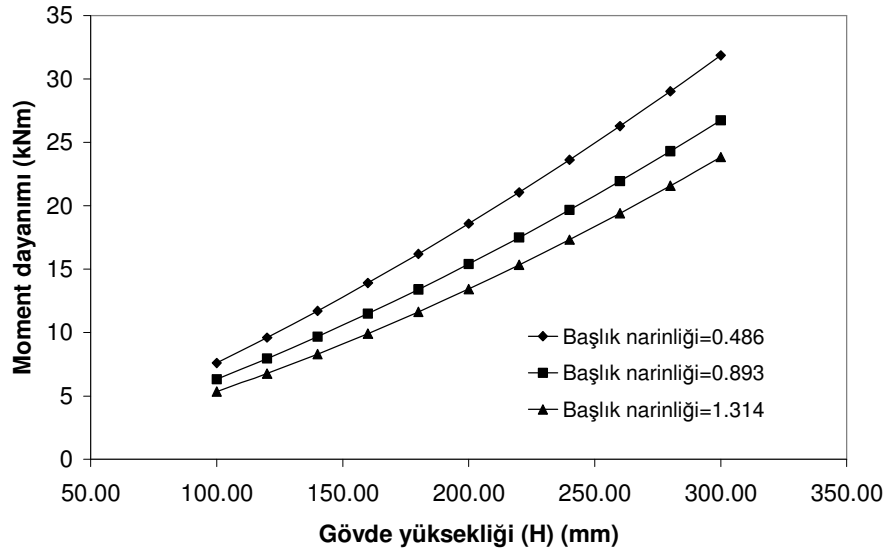
Mevcut makalede etkili kesit hesabına dayanan AISI-2007 kuralları kullanılarak gerçekleştirilen parametrik çalışmaya konu farklı kesitlerin dayanımları ayrıca DDY ile hesaplanmıştır. Doğrudan dayanım yönteminin kullanılması kapsamında kritik burkulma değerlerinin hesabı için Schafer ve diğ. (2006) tarafından geliştirilen CUFSM (Cornell University Finite Strip Method) programı kullanılmıştır. Yukarıda bahsedilen sonlu şerit metodunun kullanımını içeren program ile herhangi bir ince cidarlı kesitin farklı eleman boyu için elastik burkulma yükleri bulunabilmektedir.

Doğrudan dayanım yönteminin (DDY) mevcut halinde eleman gövdesinde boşluk etkisi hesaplanamamaktadır. Bu çalışma kapsamında uygulanan bir yaklaşım ile doğrudan dayanım yönteminin mevcut hali kullanılarak gövdede boşluk etkisi tanımlanmış ve sonuçlar AISI-2007 hesap sonuçları referans alınarak aşağıda değerlendirilmiştir. Önerilen yaklaşımda gövdede tekrarlı aralıklarla açılan boşluklar nedeni ile azalan gövde malzemesi boşluk boyutları içerisinde daha küçük bir levha kalınlığı (eşdeğer levha kalınlığı) ile temsil edilmektedir. Diğer bir deyişle oluşturulan sonlu şerit

modelinde boşluk bölgesi içinde yer alan sonlu elemanlara kesintisiz bir şekilde daha küçük eşdeğer bir levha kalınlığı atanmaktadır. Bu kapsamda yapılan parametrik çalışma ile genel sonuçlar aşağıda verilmiştir.

Parametrik Çalışma ve Sonuçlar

Parametrik çalışma öncelikle farklı gövde yükseklikleri (H) ve farklı basınç başlığı narinliğine ($\lambda_{bas.}$) sahip ve gövde boşluğu bulunmayan C profil elemanlar için AISI-2007 kuralları kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Elemanlarda et kalınlığı sabit $t = 3mm$, C profil genişliği sabit $B = 100mm$ kabul edilmiştir. Hesaplarda malzeme akma gerilmesi $f_y = 220MPa$ kabul edilmiştir. Şekil 6’da üç farklı başlık narinliğine sahip (uç rijitleştirici yükseklikleri $D = 30mm$, $20mm$ ve $D = 10mm$) kesitler için eğilme dayanımı-gövde yüksekliği ilişkisi verilmiştir. Buna göre moment dayanımı kesit yüksekliği ve basınç başlığı narinliği ile doğru orantılı bir şekilde değişmektedir.



Şekil 6 Farklı başlık narinliğine sahip kesitler için eğilme dayanımı - gövde yüksekliği ilişkisi

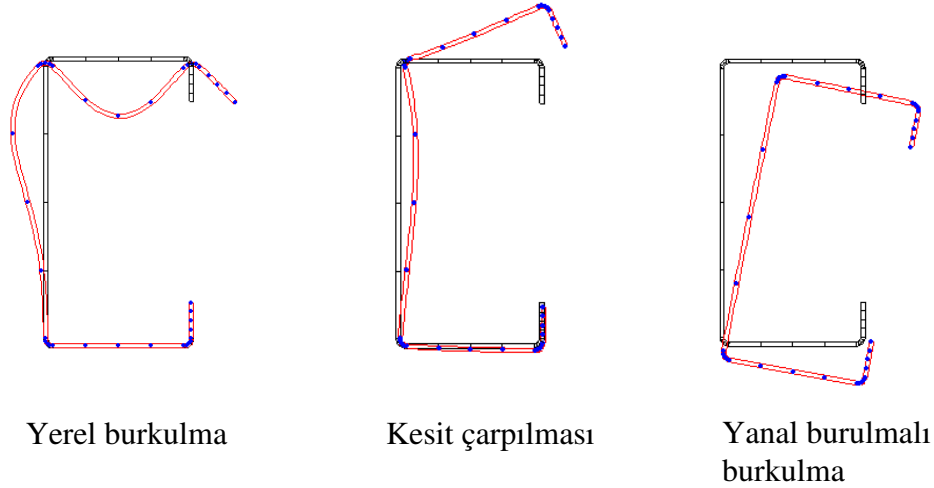
Şekil 6’da AISI-2007 ye göre eğilme dayanımı hesabı yapılan kesitlerden bazıları ayrıca DDY ile eğilme dayanım hesabı yapılmak üzere seçilmiş ve Tablo 1’de hesaplanan değerler AISI-2007 ile hesaplanan değerler ile karşılaştırılmıştır. Görüldüğü gibi doğrudan dayanım yöntemi kullanılarak hesaplanan eğilme dayanım değerleri ile etkili kesit esasına dayalı AISI-2007 değerleri birbirine oldukça yakındır. Dolayısıyla doğrudan dayanım yöntemi (DDY) kullanılarak AISI da önerilen ve tesbiti için nisbeten karmaşık formülasyonların ve iterasyonların kullanıldığı etkili kesit hesabına gerek kalmadan eğilme dayanımını benzer yaklaşımla bulmak olası görülmektedir.

Daha önce de belirtildiği gibi DDY nin dayandığı “sonlu şerit” metodu ile ayrıca kritik burkulma yüklerine (momentlerine) karşılık gelen burkulma modlarını da tesbit etmek mümkündür. Özellikle AISI yaklaşımında göz önüne alınmayan ancak bazı kesitler için yerel levha burkulmasından daha kritik olan çarpılma burkulma modu sonlu şerit metodu ile tesbit edilebilmektedir. Şekil 7’de Tablo 1’de dayanım hesabı yapılan kesitler için davranışı kontrol eden tipik burkulma modlarına örnekler verilmiştir.

Bunlardan özellikle başlık narinliği daha yüksek olan kesitlerde davranışı kontrol eden mod çarpılma burkulma modudur.

Tablo 1 AISI-2007 ile DDY sonuçlarının karşılaştırılması

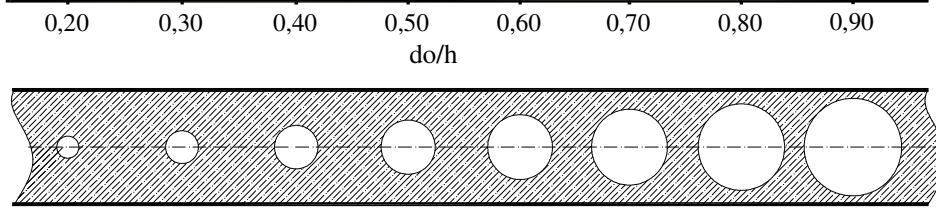
Kesit ($t = 3mm$)	Eğilme dayanımı AISI-2007 (kN.m) ($M_{n,AISI}$)	Eğilme dayanımı DDY (kN.m) $M_{n,DDY}$	$M_{n,AISI} / M_{n,DDY}$
H=200mm, $\lambda_{bas.} = 0.468$	18.59	19.50	0.95
H=200mm, $\lambda_{bas.} = 0.893$	15.40	16.94	0.91
H=200mm, $\lambda_{bas.} = 1.314$	13.43	14.87	0.90
H=300mm, $\lambda_{bas.} = 0.468$	31.86	32.10	0.99
H=300mm, $\lambda_{bas.} = 0.893$	26.75	26.91	0.99
H=300mm, $\lambda_{bas.} = 1.314$	23.83	23.57	1.01



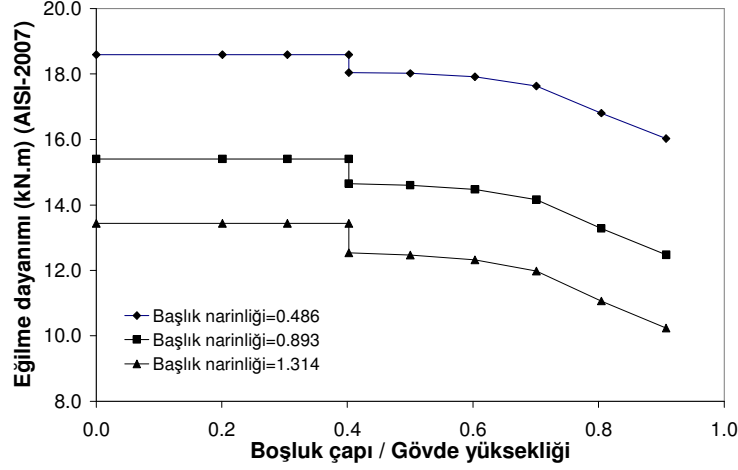
Şekil 7 Davranışı kontrol eden tipik burkulma modları

Çalışmada son olarak yukarıda benimsenen yaklaşıma benzer bir yaklaşım, gövdesinde boşluk bulunan elemanlar için benimsenmiş ve Şekil 8’de gösterilen farklı dairesel boşluk boyutlarına (*daire çapının gövde yüksekliğine oranı d_0/h cinsinden*) sahip elemanlar için bir parametrik araştırma yapılmıştır. Bu kapsamda sabit bir gövde yüksekliği ($H = 200mm$) ve üç farklı basınç başlık narinliği (yukarıdaki gibi) için söz konusu boşlukların eğilme dayanımına etkisi incelenmiştir. Bu incelemede AISI-2007 kuralları kullanılmış ayrıca DDY nin mevcut halinde yer almayan bir yaklaşım çerçevesinde DDY kullanılarak seçilen bazı elemanların eğilme dayanımı hesaplanmış ve karşılaştırmalar yapılmıştır.

Şekil 9’da farklı gövde boşluğu boyutlarının kesit eğilme dayanımına etkisi AISI-2007 kuralları kapsamında grafik olarak gösterilmiştir. Görüldüğü gibi dayanım azalması $d_0/h > 0.40$ için sözkonusudur ve azalma yüksek başlık narinliğine sahip kesitlere oranla daha fazla gözlemlenmektedir.

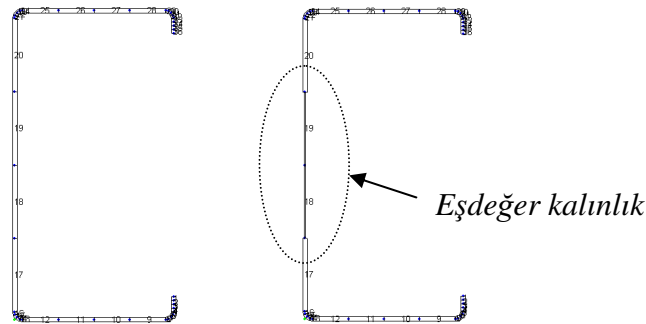


Şekil 8 Parametrik çalışmada göz önüne alınan boşluk boyutları (d_0/h cinsinden)



Şekil 9 Gövde boşluk boyutunun kesit eğilme dayanımına etkisi ($H = 200mm$)

Şekil 9’da gövde boşluklu kesitler için verilen hesap dayanımları seçilen bazı kesitler için DDY ile hesaplanmış ve sonuçlar Tablo 2’de sunulmuştur. DDY kapsamında boşluğu temsil etmek için benimsenen yaklaşım daha önce açıklandığı şekilde boşluk bölgesinde bulunan gövde levhasının daha düşük bir eşdeğer kalınlık (t_{esd}) ile temsil edilmesini içermektedir. Bu kapsamda aşağıda $d_0/h=0,5$ için boşluk bölgesinde iki farklı eşdeğer gövde levhası kalınlığı ($t_{esd}=1,25mm, t_{esd}=1,00mm$) kabul edilerek yapılan DDY hesap sonuçları verilmiştir. Şekil 10’da söz konusu yaklaşım sonlu şerit modelleri üzerinde gösterilmiştir (*boşluk bölgesinde daha düşük kalınlıklı gövde levhası*). Görüldüğü gibi daha düşük eşdeğer kalınlıklar kullanılarak yapılan DDY hesabı ile AISI-2007 sonuçlarına yakınsamak mümkün olmaktadır. Seçilen eşdeğer kalınlık değerleri tahmini değerler olup burada iterasyon ile AISI değerlerine yakınsanabileceği gösterilmiştir. Ancak yapılacak daha detaylı çalışmalar ile daha rasyonel eşdeğer kalınlık değerleri için yaklaşık ifadeler geliştirmek mümkündür.



Şekil 10 Sonlu şerit modelinde gövdede eşdeğer kalınlık yaklaşımı

Tablo 2 Eşdeğer levha kalınlığı yaklaşımı ile eğilme dayanımı tahmini

Kesit H=200mm / $t_{gövde} = 3mm$, $d_0 / h = 0.5$	AISI-2007 ($M_{n,AISI}$) (kNm) $d_0 / h = 0.5$	DDY (kN.m) $M_{n,DDY}$ ($t_{esd} = 1.25mm$)	DDY (kN.m) $M_{n,DDY}$ ($t_{esd} = 1.0mm$)
$\lambda_{bas.} = 0.468$	18.01	17.91	17.35
$\lambda_{bas.} = 0.893$	15.40	14.70	13.98
$\lambda_{bas.} = 1.314$	13.43	13.12	12.53

Kaynaklar

AISI (2007) North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members

AISI (2006) Direct Strength Method (DSM) Design Guide. *American Iron and Steel Institute*, Washington, D.C.

Deshmukh, S. U. (1996). Behavior of Cold-Formed Steel Web Elements with Web Openings Subjected to Web Crippling and a Combination of Bending and Web Crippling for Interior-One-Flange Loading. M.S. Thesis, University of Missouri-Rolla.

LaBoube, Roger A. (1997). Design Guide for Cold-Formed Steel Beams with Web Penetrations, AISI, Washington, DC, August

LaBoube, R. A., W. W. Yu, S. U. Deshmukh, and C. A. Uphoff (1999). Crippling Capacity of Web Elements with Openings. Journal of Structural Engineering, ASCE, vol. 125, no. 2.

Schafer BW, Pekoz T. (1998). Direct strength prediction of cold-formed steel members using numerical elastic buckling solutions. Proceedings, fourteenth international specialty conference on cold-formed steel structures, St. Louis, MO

Schafer, B.W., Ádány, S. (2006). Buckling analysis of cold-formed steel members using CUFSM: conventional and constrained finite strip methods. Eighteenth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, Orlando, FL.

Shan, M. Y., R. A. LaBoube and W. W. Yu (1994). Behavior of Web Elements with Openings Subjected to Bending, Shear and the Combination of Bending and Shear,” Final Report, Civil Engineering Study 94-2, University of Missouri- Rolla.

Sivakumaran, K. S., and K. M. Zielonka (1989). Web Crippling Strength of Thin-Walled Steel Members with Openings. Thin-Walled Structures, vol. 8, no. 4.

Sivakumaran K. S, Ng M. Y., Fox S. R. (2006). Flexural strength of cold-formed steel joists with reinforced web openings Canadian Journal Of Civil Engineering Vol. 33, 9, 1195-1208