

KAROTİD ATARDAMAR DOPPLER SİNYALLERİ ÜZERİNDE EN BÜYÜK LYAPUNOV ÜSTELİ VE İLİNTİ BOYUTU HESABI

Derya YILMAZ¹, Hale MUSAPAŞAOĞLU², İsmail KIRBAŞ², N. Fatma GÜLER³

Özet

Kaos teorisi veya doğrusal olmayan analiz metotları, birçok bilim dalında olduğu gibi fizyolojik sistemler üzerinde de geniş bir uygulama alanına sahiptir. Bu çalışmada damarlardaki kan akışının kaotik dinamiklerini incelemek amacıyla 25 sağlıklı, 9 hafif ve ciddi derecede daralmış karotid atardamarından alınan Doppler sinyalleri üzerinde, en büyük Lyapunov üsteli (EBLÜ) ve ilinti boyutu (İB) hesabı yapılmıştır. EBLÜ değeri hesaplanırken faz uzayında birbirine çok yakın iki komşu eğrinin birbirinden uzaklaşması öklit farkı kullanılarak belirlenmiştir. İB hesabı için Grassberger-Procaccia algoritması kullanılmıştır ve belirlenen gömülü boyut değerinde elde edilen ilinti boyutu değeri esas alınmıştır. Analiz sonuçlarına bakıldığında daralmış karotid atardamar Doppler sinyalleri için hesaplanan EBLÜ ve İB değerleri sağlıklılara ait değerlerle karşılaştırıldığında, istatistiksel anlamda daha yüksektir ($p < 0.00005$).

Abstract

Chaos theory or nonlinear analysis techniques have wide application areas on the physiological systems as in other fields. In this study the Largest Lyapunov Exponent (LLE) and Correlation Dimension (CD) calculations were performed for investigating the chaotic dynamics of blood flow in the vessel on the Doppler signals taken from 25 healthy, 9 mild and serious degree stenosed carotid artery subjects. During the LLE calculations divergence of nearest neighboring trajectories in the phase space has been determined using Euclidean distance. The Grassberger-Procaccia algorithm was used for CD calculations. The value of correlation dimension obtained at the determined embedding dimension is used as CD. As a result, the calculated LLE and CD values for stenosed carotid artery Doppler signals have been found as statistically high compare with the values that are belonging to healthy subjects ($p < 0.00005$).

Anahtar Kelimeler: Kaotik analiz, Doppler sinyali, Lyapunov üsteli, İlinti boyutu

1. Giriş

Kaos teori, dinamik sistemlerin karmaşık davranışlarının tanımlanmasına odaklanan bir çalışma alanıdır. Teoride nüfus artışı, ekonomik değişimler, dünya buz kütleleri gibi, gerçekte zaman içinde oluşan her şey kaotik olabilir. Kaos; fizik, kimya, matematik, biyoloji, sosyoloji, ekonomi, tarih, atmosferik, uluslararası ilişkiler, mühendislik gibi birçok alanda çalışılmıştır. Sağlık alanında ise uygulamalar kardiyoloji, fizyoloji, sinir sistemi, beyinsel aktiviteler vb. geniş bir spektrumda kendini gösterir.

Fizyolojik sinyaller, zaman içinde değişen herhangi bir fizyolojik büyüklüğün, belirli aralıklarla ya da sürekli olarak ölçülmesi ile oluşturulan zaman serileridir ve genellikle düzensiz bir yapıda görünürler. Çünkü bu sinyallerin alındıkları sistemler (kalp-damar sistemi, sinir sistemi, beyin aktiviteleri vb...) birçok geri besleme mekanizmasının birbiri ile etkileştiği, yani çok sayıda serbestlik derecesi olan, incelenmesi zor sistemlerdir. Bu tür sistemlerin incelenmesinde doğrusal analiz metotları çoğu zaman belirleyici olamazlar. Bu nedenle bu sistemlerin analizleri doğrusal ve/veya doğrusal olmayan metotlarla yapılmaktadır [1-3].

¹Başkent Üniversitesi, Teknik Bilimler M.Y.O., Eskişehir Yolu 20. Km. Bağlıca-Ankara.

²Başkent Üniversitesi Ankara Hastanesi, Radyoloji Anabilim Dalı, Bahçelievler-Ankara.

³Gazi Üniversitesi, Teknik Eğitim Fak., Elektronik-Bilgisayar Eğt. Böl. Teknikokullar-Ankara.

Fizyolojik zaman serilerinin analizinde amaç, bu bilgi kümesi ile sistemin ana karakteristiklerini ortaya çıkarmaktır. Hangi ölçümler yapılırsa yapılsın sisteme ait tüm değişkenler kayıt edilemez yani sistemin serbestlik derecelerinin sayısı tam olarak bilinemez. Bu nedenle sistemin kaotik dinamiklerinin elde edilebilmesi için öncelikle dinamik sistemin temelini teşkil eden faz uzayının, gözlemlenen değişkenlerle yeniden düzenlenmesi gereklidir. Buna sinyalin faz uzayında yeniden oluşturulması denir. Faz uzayı boyutunun (gömülü boyut – embedding dimension) ve gerekli zaman gecikmesi (time delay) değerinin bu işlemde önce belirlenmesi gereklidir. Eğer sinyal rasgele bir sinyal ise ya da tamamen gürültü içeriyorsa, faz uzayında noktalar her yere dağılmış olarak görünür ve belirgin bir şekle sahip değildir. Eğer sinyal kendisi ile ilişkili ise faz uzayında oluşacak şekil, faz uzayının belirli bölgelerini kaplayan bir yapıya sahiptir. Bu şekle garip çeker (strange attractor) denir ve fraktal boyut, Lyapunov üsteli ve entropi gibi sisteme ait kaotik dinamikler bu çeker üzerinde hesap edilir [4].

Kaos, başlangıç şartlarına bağlı hassasiyet olarak ifade edilir. Yani sistemi tanımlayan doğrusal olmayan eşitliklerdeki doğrusal olmayan bir değişkenden dolayı önceden bilinmeyen dinamikler meydana gelir. Sistem eşitlikleri yoluyla hemen hemen aynı başlangıç şartı için üretilen iki zaman serisi birbiri ile karşılaştırıldığında, sinyal başlangıçta birbirine benzer fakat sonunda tamamen farklı dinamikler gösterir. Sistemin başlangıç koşullarına bağlı hassasiyetinin ölçüsü Lyapunov üsteli ile belirlenir ve pozitif Lyapunov üsteli kaotik durumun göstergesi olarak kabul edilir. Deneysel zaman serilerinde sistemi ifade eden fark ya da farksal eşitliklerin bilinmemesi sebebiyle Lyapunov üsteli, faz uzayı içindeki eğrilerin takibi yoluyla hesaplanır [4].

Kaotik sistemlerin bir başka özelliği, bunlara ait faz uzayında oluşturulan garip çekerin fraktal (kesirli) bir geometriye sahip olmasıdır. Çekerin boyutuna fraktal boyut denilir [4]. Bir çeker için birden fazla boyut hesabı yapılabilir (fraktal boyut, kapasite boyutu, ilinti boyutu). İlinti boyutu (İB) sistemin serbestlik derecelerinin sayısıdır ve sistem karmaşıklığının bir ölçüsüdür.

İç sürtünmeli bir akışkan düzgün bir şekilde akıyorken bir engelle karşılaşır, çeperleri pürüzlü ise veya akış hızı kritik bir değerin üzerine çıkarsa akış girdaplı olur. Bu durumda bilinen akış kanunları geçerliliğini yitirir, sistem kararsız bir yapı sergiler [5]. Bu nedenle bu tür bir akışın özellikleri, doğrusal olmayan analize ait yöntemlerle incelenir. Bu durum damarlardaki daralma, tıkanma durumlarında, dallanma bölgelerinde ve akış hızının fazla olduğu kalp kapakçıklarında vb. oluşur. Düzgün kan akışında varlığı ortaya çıkarılan kaotik özellikler [6], akış girdaplı olduğunda belirginleşir.

Kalp damar sistemi ve kan akışı üzerinde yapılan çalışmalara bakıldığında kan akışının kaotik özellikler taşıdığı, Cohen ve ark. tarafından [6] bir hayvan modelindeki karaciğer atardamarı ve toplardamarından alınan kan akış sinyalleri incelenerek ortaya konmuştur. Yip ve ark. [7], normal tansiyona sahip ve bir böbrek atardamarı kesilmiş farelerdeki böbreğe ait kan akış ve hidrostatik basınç değişimlerinde kaotik yapının varlığını araştırmışlar, Lyapunov üsteli ve İB analizi ile düzensiz basınç değişimlerinde kaosu varlığını ortaya çıkarmışlardır. Dinlenme, egzersiz ve egzersiz sonrasında ön koldan lazer Doppler akış ölçer ile ölçülen kan akış sinyallerinin fraktal boyutları hesaplandığında ise, egzersiz halinde iken fraktal boyutun diğer durumlardakinden önemli derecede küçük çıktığı görülmüştür [8].

Çevresel kan akışından ölçülen sinyaller üzerinde Lyapunov üsteli hesabının yapıldığı bir çalışmada, bir dolaşım problemi olması durumunda en az bir Lyapunov üsteli sıfır çıkmıştır [9]. Bunun belirlenimci bir yapının işareti olabileceği ve kardiyovasküler sistemin sonlu sayıdaki serbestlik derecelerinde kan akışını yönettiği sonucuna varılmıştır. Arteriyel kan akışındaki yaşa ve cinsiyete bağlı değişimler, orta beyne ait atardamardan alınan Doppler verileri ile incelendiğinde, İB ve EBLÜ değerlerinde, cinsiyete bağlı farklar

gözlemlenmemiş fakat yaş yükseldikçe EBLÜ'de azalma ve İB'de artış görülmüştür [2]. EBLÜ'nün yaşa bağlı azalmasının R-R aralıklarındaki düzensizliklerin azalması ile ortaya çıkan periyodikliği, artan İB'nin ise ileri yaşlarda artan damar duvarı sertliği sebebiyle oluşan damar duvarı salınımları ile bağlantılı olabileceği sonuçlarına ulaşmıştır.

Damarlarda meydana gelen bir daralma veya tıkanma sonucu ya da kan akışının belirli bir hızın üzerine çıkması ile kaotik durumda artış meydana gelir. Bir atardamar daralmasında meydana gelen girdaplı akışı tespit etmek için yapılan bir çalışmada fare karotid atardamarları uygun bir ortama yerleştirilerek salınımlı akış başlatılmış ve damar 0'dan %95'e kadar daraltılarak akış ölçülmüştür [10]. Yapılan İB ve EBLÜ hesapları sonunda EBLÜ tüm ölçümlerde pozitif çıkmakla birlikte, daralmanın derecesi arttıkça değeri de artmıştır.

Bu çalışmada 6 hafif, 3 ciddi derecede olmak üzere toplam 9 daralmış (54-77 yaş, 5 erkek 4 kadın) ve 25 sağlıklı (25-62 yaş, 9 erkek 16 kadın) karotid atardamarından alınan Doppler sinyalleri üzerinde çalışılmıştır. Damardaki darlık oranı %1-%39 arasında ise hafif, %40-%69 arasında ise orta, %70-%99 arasında ise ciddi derecede darlık olarak değerlendirilir. Doppler sinyalleri gürültünün azaltılması amacıyla öncelikle süzgeçlenmiş ve doğrusal analiz metotları kullanılarak sonogram kestirimleri elde edilmiştir. Doğrusal olmayan analiz yöntemleri ile de zaman serisi şeklindeki sinyal, gerekli gömülü boyut ve zaman gecikmesi değerleri belirlenerek faz uzayında yeniden oluşturulmuş, EBLÜ ve İB hesapları yapılmıştır.

2. Materyal ve Metot

2.1. Doppler Sinyalleri Üzerindeki Ön İşlemler

Sabit frekanslı bir ses sinyali demeti hareketli bir nesneye yönlendirilirse, nesneden yansıyan sinyalin frekansı, gönderilen frekanstan farklı olur ve bu fark ile hareketli nesnenin hareket özellikleri belirlenebilir. Buna Doppler etkisi denir ve Johan Cristian Doppler tarafından 1842'de bulunmuştur [11]. Doppler etkisinin tıpta kullanımı ultrasonografik tekniklerin geliştirilmesinden sonra olmuştur ve Doppler ultrasonografi vücuttaki akışkanların akım hızının ve yönünün belirlenmesinde kullanılır.

Ultrasonik Doppler sinyali kandaki hareketli parçacıklara gönderilir. Bu parçacıklardan yansıyan Doppler sinyalinin frekansı ile gönderilen sinyalin frekansı arasındaki farka Doppler kayma frekansı denir ve Eşitlik 1 ile hesaplanır. Kandaki hareketli parçacıklardan birden fazla Doppler frekansı yansır ve elde edilen Doppler spektrumu (hız-zaman grafiği) seçilen alandaki akış hızının şeklini gösterir.

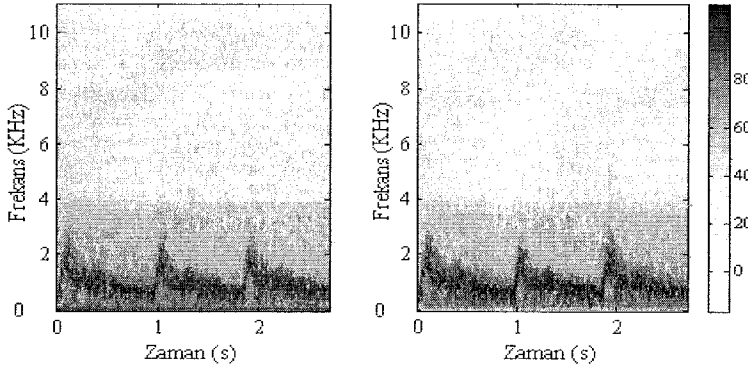
$$fd = 2 f_0 v \cos(\theta) / c \quad (1)$$

Bu ifadede fd ; Doppler kayma frekansını, f_0 ; gönderilen dalga frekansını, v ; kan hızını, θ ; dalga ile akış yönü arasındaki Doppler açısını, c ; ultrasonik dalganın ortamdaki hızını (1540 m/s) gösterir.

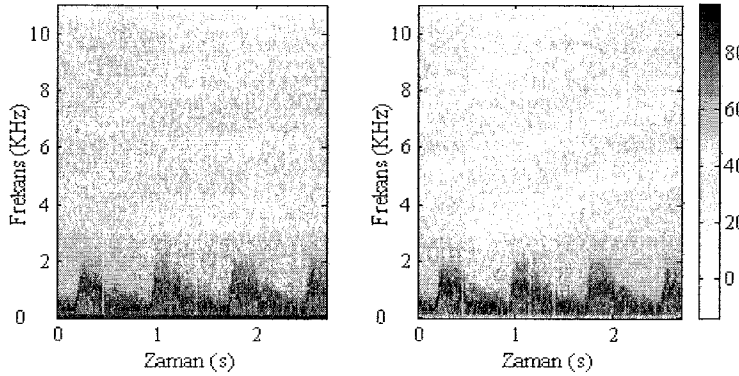
Karotid atardamar kafa ve beyne kan sağlar ve daralması ya da tıkanması sonucu beyne yeteri kadar oksijen gidemeyeceğinden felç oluşabilir. Bu çalışmada kullanılan Doppler sinyalleri, Başkent Üniversitesi Ankara Hastanesinin Radyoloji Anabilim Dalına karotid atardamar renkli Doppler tetkiki için başvuran, sağlıklı ve karotid atardamar darlığı olan kişilerden, sürekli dalga modunda, 7,5 MHz'lik ultrasonik dönüştürücü ile Siemens-Sonoline Elegra modeli Doppler cihazının kendisine ait olan kayıt ünitesi kullanılarak alınmış ve bilgisayar ortamına aktarılmıştır.

Doppler sinyalleri, üzerindeki şebeke gerilimi ve damar duvarı gürültülerinin giderilmesi için, kesim frekansı 100 Hz olan 1000. derece yüksek geçiren FIR süzgeç kullanılarak süzgeçlenmiştir [4, 12]. Kayıt işlemlerine ve hastaya bağlı olarak oluşan geniş bantlı

gürültülerin giderilmesi için de dalgacık analizi kullanılmıştır [13, 14]. Doppler sinyallerinin sonogramları spektral analiz yapılarak elde edilmiştir. Şekil 1’de sağlıklı karotid atardamar Doppler sinyalinin sonogramı, Şekil 2’de ise hafif derecede daralmış karotid atardamar Doppler sinyalinin sonogramı gösterilmiştir. Şekillerin her birinde sol sütunlarda süzgeçlenmemiş, sağ sütunlarda ise FIR ve dalgacık süzgeçleri ile süzgeçlenmiş Doppler sinyali sonogramı yer almaktadır.



Şekil 1. Sağlıklı karotid atardamarından alınan Doppler sinyalinin sol sütunda süzgeçlenmemiş sağda ise süzgeçlenmiş durumlarına ait sonogramları



Şekil 2. Hafif derecede daralmış karotid atardamarından alınan Doppler sinyalinin sol sütunda süzgeçlenmemiş sağda ise süzgeçlenmiş durumlarına ait sonogramları

2.2. Sinyalin Faz Uzayında Yeniden Oluşturulması

Bir zaman serisinin doğrusal olmayan metotlarla analizi için sinyalin bir veya daha fazla zaman gecikmeli kopyaları ile faz uzayında yeniden oluşturulması gerekir [15]. Buna göre; eğer bir zaman serisi d boyutlu (d bir tamsayı) bir çekerin elemanı ise çekerin topolojik özellikleri (boyutları, Lyapunov üstelleri vb.) m boyutlu faz uzayı vektörleri tarafından ($m \geq 2d + 1$) şekillendirilir. Sinyal m boyutlu faz uzayında yeniden oluşturulurken orijinal zaman serisinin bir noktası, belirli bir zaman gecikmesi sonrasındaki başka bir noktaya karşılık olarak çizilir ve zaman serisindeki noktalar bitene kadar bu işlem tekrar edilir (Eşitlik 2).

$$\vec{x}_i = (y_i, y_{i+\tau}, y_{i+2\tau}, \dots, y_{i+(m-1)\tau}) \quad (2)$$

Bu eşitlikte τ gecikme zamanı, m gömülü boyuttur. Farklı τ ve m seçimleri farklı eğrileri oluştururlar. Zaman-gecikmeli yeniden oluşturma, dinamik bir sisteme ait skaler veriler için kullanılan tek bir metot değildir ancak skaler veriden çok boyutlu faz uzayına gidiş için kullanılan tek sistematik metottur ve literatürde en çok kullanılan metottur [4].

2.3. Zaman Gecikmesinin Belirlenmesi

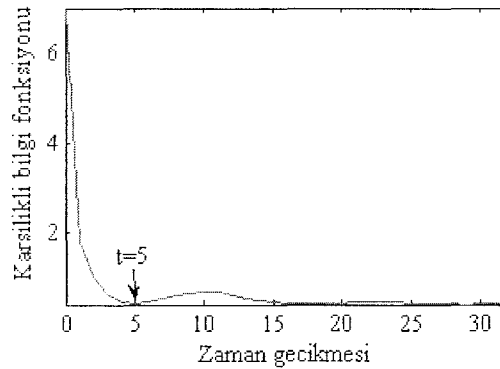
Zaman serisinden istenilen bilgileri çıkarmak için, Taken [15] teoreminin ifade ettiği zaman aralığının seçimi önemlidir. Eğer τ çok küçük seçilirse noktalar birbirinden ayrıtı edilemezler. Eğer τ çok büyük seçilirse noktalar istatistiksel anlamda tamamen birbirinden bağımsız olacaktır. Doğrusal olmayan sistemlerde τ 'nin seçimi için ortalama karşılıklı bilgi fonksiyonu kullanılmıştır [4]. Bu fonksiyon fiziksel sistemden alınan ölçümlere uygulanırsa; ölçüm değerleri $s(n)$ kümesi olarak, T kadar bir zaman gecikmesi sonra alınan ölçümler de $s(n+T)$ kümesi olarak düşünülebilir. n ve $n+T$ 'deki değerler arasındaki ortalama karşılıklı bilgi, yani $s(n+T)$ hakkındaki bilginin ortalama miktarı, $s(n)$ 'in değerleri kullanılarak bulunur;

$$I(T) = \sum_{n=1}^N P(s(n), s(n+T)) \log_2 \left[\frac{P(s(n), s(n+T))}{P(s(n))P(s(n+T))} \right] \quad I(T) \geq 0. \quad (3)$$

Fraser ve Swinney'e göre [16] τ , $I(T)$ 'nin ilk minimum olduğu yer olarak seçilirse zaman gecikmesi uygun olarak seçilmiş olur. Çünkü bu durumda ölçümler bir dereceye kadar bağımsızdır fakat istatistiksel olarak bağımsız değildir. Şekil 3'de sağlıklı karotid atardamar Doppler sinyaline ait karşılıklı bilgi fonksiyonunun değişimi görülmektedir. Fonksiyonun ilk minimum olduğu değer $\tau = 5$ bu sinyal için zaman gecikmesi olarak belirlenir.

2.4. Gömülü Boyutun Belirlenmesi

Sinyalin faz uzayında yeniden oluşturulmasında amaç, yeteri kadar büyük bir öklit uzayı (R^m) sağlayarak, sisteme ait çekerin yapısını herhangi bir belirsizlik olmadan görebilmeğdir. Bütün belirsizliklerin çözüldüğü R^m uzayı çekerin gömülü boyutunu verir [4]. Eğer verinin gerektirdiğinden çok daha büyük boyutlarda çalışılırsa, veriden istenilen özelliklerin çıkarılması için yapılan hesaplamaların sayısı artar ve gereksiz zaman harcanır.



Şekil 3. Sağlıklı karotid atardamar Doppler sinyali için zaman gecikmesinin belirlenmesinde kullanılan fonksiyon eğrisi

Faz uzayında yeniden oluşturma için gerekli gömülü boyutun tespitinde kullanılan çeşitli metotlar bulunmakla birlikte [17, 18], bu çalışmada Cao'nun minimum gömülü boyut metodu [17] kullanılmıştır. Bu metoda göre: $y_i(m)$; m gömülü boyutuna, $y_i(m+1)$ ise m+1 gömülü boyutuna ve T zaman gecikmesine sahip faz uzayındaki i'inci vektörler ve $n(i, m)$; i ve m'ye bağlı bir sayaç ($1 \leq n(i, m) \leq N - mT$) olmak üzere, en yakın komşu çiftler arasındaki fark, Eşitlik 4 ile tespit edilir. Burada $\|\dots\|$ Eşitlik 5'deki gibi belirlenen öklit farkıdır:

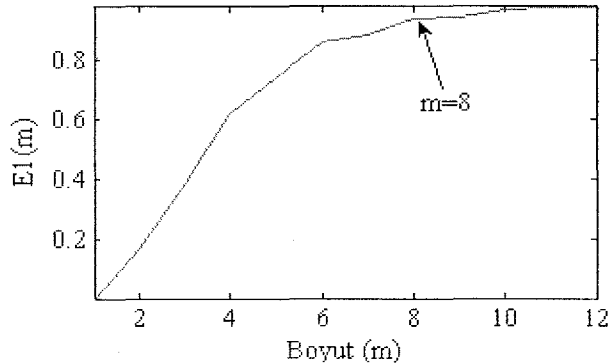
$$a(i, m) = \frac{\|y_i(m+1) - y_{n(i,m)}(m+1)\|}{\|y_i(m) - y_{n(i,m)}(m)\|}, i = 1, 2, \dots, N - mT \quad (4)$$

$$\|y_k(d) - y_l(d)\| = \max_{0 \leq j \leq d-1} |x_{k+jT} - x_{l+jT}| \quad (5)$$

Eğer m, iyi belirlenmişse m boyutta birbirine yakın olan herhangi iki nokta m+1 boyutta oluşturulan faz uzayında da birbirine yakın olacaktır. Bu tür nokta çiftlerine doğru komşular, böyle değilse yanlış komşular denir. Eğer sinyal faz uzayına iyi bir biçimde yerleştirilmişse yanlış komşu olmayacaktır. Yanlış en yakın komşular metoduna göre [18], eğer bir yanlış komşu varsa, $a(i, m)$ belirlenmiş bir eşik değerinden çok farklı olacaktır. Burada en büyük problem bu eşik değerinin seçimidir çünkü farklı sinyaller için farklı eşik değerleri gerekecektir [17]. Bu problemi çözmek için Cao'nun metodunda bütün $a(i, m)$ 'lerin ortalama değeri bulunur:

$$E(m) = \frac{1}{N - mT} \sum_{i=1}^{N-mT} a(i, m) \quad (6)$$

$E(m)$, yalnızca m boyutuna ve T zaman gecikmesine bağlıdır. Bunun m'den m+1'e değişimini incelemek için $E1(m) = E(m+1)/E(m)$ bulunur. Eğer zaman serisi bir çeker haline gelmişse, bulunan bu $E1(m)$ 'nin değişimi, m bir m_0 değerinden daha büyük olduğunda duracaktır. m_0+1 ise minimum gömülü boyut olarak alınır [17]. Şekil 4'de sağlıklı bir karotid atardamar sinyaline Cao'nun metodunun uygulanması sonucu ortaya çıkan fonksiyon değişimi yer almaktadır. Tüm sinyallere Cao'nun metodu uygulanmıştır ve belirlenen gömülü boyut değerleri çoğunlukla 8 olmakla birlikte, 6 ile 8 arasında değişmektedir. Tespit edilen en büyük değer 8 olduğundan bu çalışmada gömülü boyut değeri tüm sinyaller için 8 olarak alınmıştır.



Şekil 4. Sağlıklı karotid atardamar Doppler sinyali için gömülü boyutun belirlenmesinde kullanılan fonksiyon eğrisi

2.5. Lyapunov Üsteli

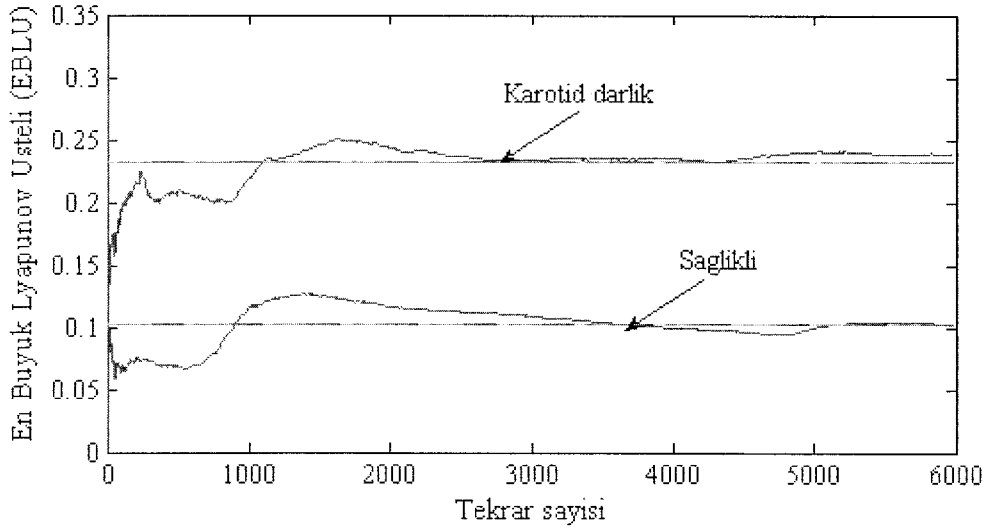
Kaotik sistemlerin periyodik olmayan dinamikler göstermesinin sebebi, faz uzayı eğrilerinin nerdeyse aynı başlangıç şartlarında her birinin farklı üstel artış oranlarına sahip olmalarıdır. Bu duruma başlangıç şartlarına bağlı hassasiyet denir ve Lyapunov üsteli ile belirlenir. Faz uzayında $t_1=0$ ve $t_2=t$ zamanlarında iki komşu noktayı göz önüne alırsak, i. yönde noktalar arasındaki öklit farkı sırayla $\|\delta x_i(0)\|$ ve $\|\delta x_i(t)\|$ olarak bulunur. Lyapunov üsteli, başlangıçtaki iki nokta arasındaki farkın iraksama/yakınsama oranı λ_i 'nin ortalaması alınarak elde edilir [19, 20];

$$\|\delta x_{(t)}\| = \|\delta x_{(0)}\| e^{\lambda t} \quad (7)$$

$$\lambda(i) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \log \frac{\|\delta x_i(t)\|}{\|\delta x_i(0)\|} \quad (8)$$

Faz uzayında her bir boyuttaki iraksama/yakınsamayı bir λ temsil ettiğinden, d boyutlu dinamik bir sisteme ait Lyapunov üstel spektrumu, λ_1 en büyük olmak üzere $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_d$ şeklinde elde edilir. Kaotik sistemler en az bir tane pozitif λ ile ifade edilirler. Herhangi bir sistemde en büyük Lyapunov üsteli $\lambda_1 > 0$ ise davranış kaotik, $\lambda_1 < 0$ ise davranış kararlıdır.

Bu çalışmada belirlenen gömülü boyut ve zaman gecikmesi değerleri kullanılarak Wolf'un [21] algoritması ile EBLÜ hesabı yapılmıştır. 6000 nokta çifti için iraksama/yakınsama oranı hesaplanmış ve en büyük Lyapunov üsteli (EBLÜ) bunların ortalaması alınarak bulunmuştur. Şekil 5'de sağlıklı ($\lambda_1=0,1027 \pm 0,0151$) ve hafif derecede daralmış ($\lambda_1=0,2319 \pm 0,0148$) karotid atardamar Doppler sinyalleri için hesaplanan EBLÜ değerleri yer almaktadır.



Şekil 5. Sağlıklı ve hafif derecede daralmış karotid atardamar Doppler sinyalleri için yapılan EBLÜ hesabı.

2.6. İlinti Boyutu Analizi

Öklit geometride noktalar $d=0$, eğriler $d=1$, yüzeyler $d=2$, üç boyutlu cisimler $d=3$ vb. boyutuna sahiptirler. Fraktal geometri, bilimsel literatürde Mandelbrot [22] tarafından ortaya konan bir terimdir. Doğrusal sistem çekerleri tamsayı boyutlarla ifade edilebilirken, kaotik sistemler fraktal (kesirli) boyutlara sahiptir. Bir fraktal boyut D , tamsayı olmayan değerlere izin veren bir ölçüm boyutudur. Garip çekerlere ait fraktal boyutlar D , garip çeker dinamiklerini modellemek için gerekli olan dinamik değişkenlerin minimum sayılarıyla ilişkilidir [23].

Bir kümenin boyutlarını ifade eden boyut spektrumu Hentschel ve Procaccia [24] tarafından şöyle tanımlanmıştır:

$$D_q = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{q-1} \frac{\log \sum_{i=1}^{M(r)} P_i^q}{\log r}, q = 0,1,2,\dots \quad (9)$$

q arttıkça yüksek dereceli ilintilerin hesaba katıldığı fraktal (kesirli) boyut hesaplamaları elde edilir. Verilen bir küme için boyutlar $D_0 \geq D_1 \geq D_2 \geq \dots$ şeklinde sıralanır. D_0 ; kapasite boyutu (fraktal boyut), D_1 ; bilgi boyutu, D_2 ; ilinti boyutudur.

Veri kümesinin fraktal boyutlarının hesaplanmasında yaygın olarak kullanılan metod ilinti integralinin hesaplanmasını gerektiren, Grassberger ve Procaccia [25] algoritmasıdır. Bu algoritmaya göre; bir kümenin iki noktasının (X_i, X_j ve $i \neq j$) aynı r yarıçaplı hücrede olma olasılığı, iki noktanın r 'ye eşit veya r 'den küçük bir uzaklıkla ayrılmış olma olasılığına yaklaşık olarak eşittir. Faz uzayı içindeki ilinti integrali şöyle hesaplanır:

$$C(r) \approx \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \{ |X_i - X_j| \leq r \text{ ifadesini sağlayan } (i,j) \text{ çiftlerinin sayısı} \} \quad (10)$$

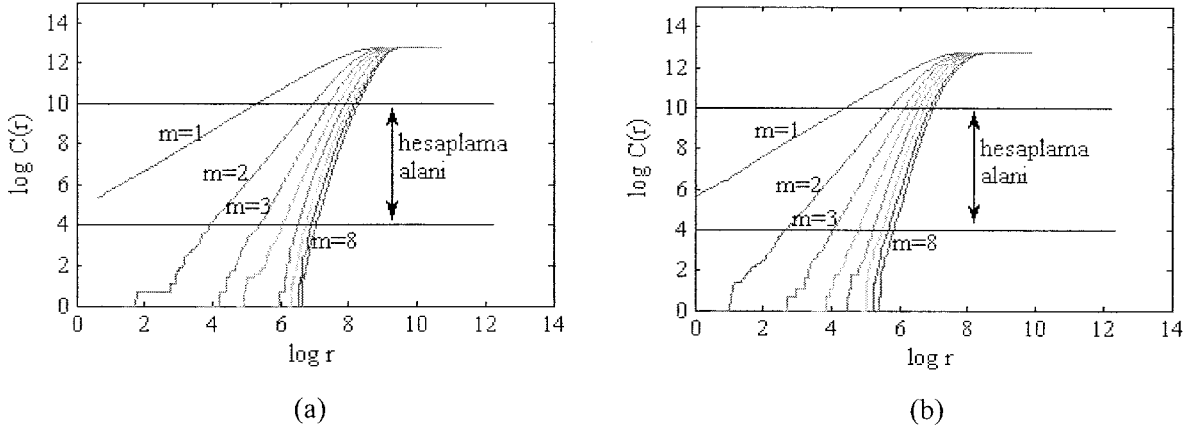
$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{1}{2} N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \rho(\|X_i - X_j\| \leq r). \quad (11)$$

Burada $\|X_i - X_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^m (X_i(k) - X_j(k))^2}$ öklit farkı olarak hesap edilir. $\rho(\ell)$ ise ℓ şartı sağlandığında 1, sağlanmadığında 0 değerini alan bir gösterge fonksiyonudur (Heaviside fonksiyonu). r 'nin değer aralıkları için $C(r)$ hesaplanır ve ilinti boyutu D_2 , $\log(C(r))$ 'nin $\log(r)$ 'ye karşılık çizdirilmesi ile oluşan eğrinin doğru parçasının eğimi olarak hesaplanır ve şöyle ifade edilir;

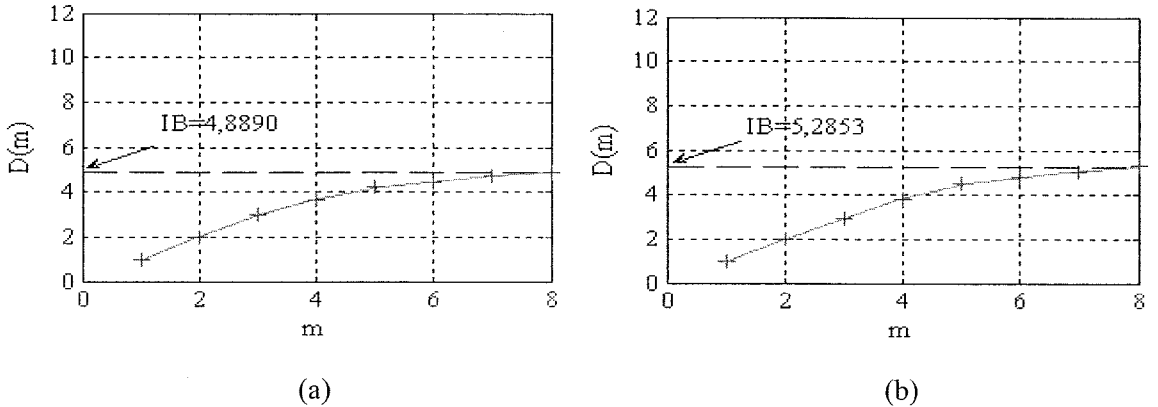
$$D_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log C(r)}{\log r} \quad (12)$$

$C(r)$ değerleri, gömülü boyut değeri 1'den 8'e kadar artırılarak hesaplanmış ve D_2 ; \log - \log eksenlerde çizdirilen eğrilerin doğrusal kısımlarının eğimleri olarak hesaplanmıştır. Sağlıklı (a) ve hafif derecede daralmış karotid atardamarına ait (b) veriler için ilinti boyutunun hesabında kullanılan doğrusal alan Şekil 6'da görülmektedir. m (gömülü boyut) değeri arttırıldıkça $D(m)$ belirli bir değerde sabitlenerek doyuma ulaşır ve bu değer ilinti

boyutunu verir. Bu durum gömülü boyuta karşı çizdirilen $D(m)$ değerlerini gösterir grafikte (Şekil 7) görülmektedir. Şekil 7'de, 1'den 8'e kadar değişen gömülü boyut değerleri için hesaplanan ilinti boyutu değerlerine üstel eğri uydurulmuştur.



Şekil 6. Sağlıklı (a) ve hafif derecede daralmış (b) karotid atardamar Doppler sinyalleri üzerinde, her bir boyut değeri için (1,2,...8), yarıçap r 'nin bir fonksiyonu olarak hesaplanan ilinti integralleri ve ilinti boyutunun hesaplandığı alan.



Şekil 7. Sağlıklı (a) ve hafif derecede daralmış (b) karotid atardamar Doppler sinyalleri üzerinde, gömülü boyut m 'nin bir fonksiyonu olarak hesaplanan ilinti boyutu

Uygulamada ilinti integralinin hesabı için, veri kümesindeki noktaların tamamı kullanıldığında çok zaman harcanacağından bunun yerine belirli sayıda nokta, referans noktalar olarak seçilir [26]. Bu çalışmada, verideki nokta sayısının onda biri referans nokta olarak kullanılmıştır [27].

3.Sonuç

Sağlıklı, hafif ve ciddi derecede daralmış karotid atardamar Doppler sinyalleri için ortalama karşılıklı bilgi fonksiyonunun ilk minimum olduğu yer olarak belirlenen zaman gecikmesi değerleri ve bu değerler kullanılarak 8 boyutlu faz uzayında oluşturulan çeker üzerinde hesaplanan İB ve EBLÜ değerleri Tablo 1'de verilmiştir.

Daralmış karotid atardamar Doppler sinyallerini hastalıklı olarak ifade edersek, burada 1.,2.,4.,5.,8. ve 9. hastalıklı sinyaller hafif derecede, 3.,6. ve 7. hastalıklı sinyaller de ciddi

derecede karotid atardamar daralmasına aittir. Sağlıklı ve hastalıklı gruplar için hesaplanan İB ve EBLÜ değerlerine iki uçlu dağılım içeren t-testi uygulanmıştır. t-testi sonuçlarına bakılacak olursa, hastalıklı gruptaki İB ($p=0.0000252$) ve EBLÜ ($p=0.0000113$) değerleri sağlıklıları göre istatistiksel anlamda daha yüksek çıkmıştır ($p<0.00005$).

Bu çalışmadaki sinyallerin bir kısmı kullanılarak yapılan bir başka çalışmada (21 sağlıklı, 9 daralmış) [28], İB analizi yapılmış ve sağlıklı karotid atardamar Doppler sinyallerinin İB değeri $5,2997\pm 0,583$ olarak elde edilmiştir. Burada ise sağlıklı veri sayısının 25 olması ile sağlıklı gruba ait İB değeri $5,2845\pm 0,588$ olarak bulunmuştur. Sağlıklı ve özellikle hastalıklı gruba ait veri sayılarının artırılarak çalışmanın tekrarlanması hesaplamaların veri sayısına bağımlı değişkenliğinin azalmasını sağlayarak daha geçerli sonuçlar ortaya koyacaktır.

Tablo 1. Sağlıklı ve hastalıklı gruplar için hesaplanan ilinti boyutu ve EBLÜ değerleri

Sağlıklı	Zaman gecikmesi	İlinti boyutu	EBLÜ	Hastalıklı	Zaman gecikmesi	İlinti boyutu	EBLÜ
s1	9	3,7971	0,1535	h1	13	6,4983	0,2319
s2	6	5,4126	0,1027	h2	8	6,5036	0,1974
s3	6	5,8900	0,1548	h3	7	6,7835	0,2208
s4	5	4,4227	0,0961	h4	8	5,2853	0,1129
s5	5	5,5915	0,0978	h5	15	5,7595	0,123
s6	6	5,7325	0,0913	h6	2	6,8372	0,2858
s7	4	6,1266	0,1426	h7	7	6,8296	0,4007
s8	5	4,9243	0,0924	h8	13	6,4237	0,2699
s9	3	5,0401	0,1316	h9	13	6,4967	0,2169
s10	6	5,6524	0,176	Ortalama	9,55	6,3797±0,525	0,2288±0,086
s11	7	5,8227	0,1791				
s12	4	5,7131	0,1267				
s13	7	5,7293	0,1139				
s14	5	4,7538	0,0839				
s15	5	4,5764	0,0808				
s16	6	5,0448	0,0986				
s17	6	4,8890	0,0899				
s18	6	5,4188	0,1465				
s19	8	5,5002	0,1512				
s20	6	5,9167	0,1301				
s21	6	5,3395	0,1114				
s22	7	5,3309	0,1312				
s23	5	6,1191	0,1054				
s24	15	4,4871	0,1849				
s25	4	4,8814	0,0873				
Ortalama	6,08	5,2845±0,588	0,1222±0,031				

Fizyolojik sistemlerde kaotik analiz, sağlıklı durum için sistemin çalışmasına ait yorumların gelişmesini sağladığı gibi özellikle hastalıklı durumların tespitini kolaylaştıran önemli sonuçlar üretmektedir. Doğrusal olmayan analizlerin kesinliği ve doğruluğu tam anlamıyla kanıtlanmamış olmakla beraber, bu tür hesaplamalar parametre değerleri değiştikçe değişmektedir. Kabul edilir sonuçlar için yapılan hesapların değişken parametre

değerlerinde tekrarlanması birçok durum için zorunluluk gösterebilir. Elde edilen sonuçlar sonraki çalışmalar için referans teşkil edebilir. Veri sayısı artırılarak ve doğrusal analiz yöntemlerinden de yararlanılarak sınıflama çalışmaları yapılabilir.

Kaynaklar

- [1] Wagner, C.D., Persson, P.B., (1998), "Chaos in the Cardiovascular System: An Update", *Cardiovascular Research*, 40(2), 257-264.
- [2] Keunen R.W.M., Vliegen J.H.R., Stam C.J., Tavy D.L.J., (1996), "Nonlinear Transcranial Doppler Analysis Demonstrates Age-Related Changes of Cerebral Hemodynamics", *Ultrasound Med. & Biol.*, 22(4), 383-390.
- [3] Yamamoto, Y., (1999), "Detection of Chaos and Fractals from Experimental Time Series", 669-687, Ed. U. Windhorst, H. Johansson, *Modern Techniques in Neuroscience Research*, Tokyo, Springer-Verlag.
- [4] Abarbanel, H.D.I., Brown R., Sidorowich J.J., Tsimring L.S., (1993), "The Analysis of Observed Chaotic Data in Physical Systems", *Reviews of Modern Physics*, 65(4), 1331-1392.
- [5] Yazgan, E., Korürek, M., (1996), "*Tip Elektronik*", İstanbul, İTÜ-Elk-Elekt. Fak. Ofset baskı atölyesi.
- [6] Cohen, M.E., Hudson, D.L., Anderson, M.F., Vazquez C., (1994), "Blood Flow Data Exhibit Chaotic Properties", *Int. J. Microcomputer Applications*, 12(3), 82-87.
- [7] Yip, K.P., Holstein-Rathlou, N.H., Marsh, D.J., (1991), "Chaos in Blood Flow Control in Genetic and Renovascular Hypertensive Rats", *Am. J. Physiol. Soc.*, 261, F400-F408.
- [8] Carolan-Ress, G., Tweddel, A.C., Naka, K.K., Griffith, T.M., (2002), "Fractal Dimension of Laser Doppler Flowmetry Time Series", *Medical Engineering and Physics*, 24, 71-76.
- [9] Bracic, M., Stefanovska, A., (1998), "Nonlinear Dynamics of the Blood Flow Studied by Lyapunov Exponents", *Bulletin of Mathematical Biology*, 60, 417-433.
- [10] May, P., Arrouvel, C., Revol, M., Servant, J.M., Vicaut, E., (2002), "Detection of Hemodynamic Turbulence in Experimental Stenosis: An in Vivo Study in the Rat Carotid Artery", *J. Vascular Research*, 39, 21-29.
- [11] Evans, D.H., McDicken, W.N., Skidmore, R., Woodcock, J.P., (1989) "*Doppler Ultrasound: Physics, Instrumentation and Clinical Applications*", Chichester: Wiley.
- [12] Broomhead, D.S., Huke, J.P., Muldoon, M.R., (1992), "Linear Filters an Nonlinear Systems", *J. Roy. Stat. Soc.*, B54, 373-382.
- [13] Zhang, Y., Wang, Y., Wang, W., Liu, B., (2001), "Doppler Ultrasound Signal Denoising Based on Wavelet Frames", *IEEE Trans. Ultrason Ferroelec Freq. Contr.*, 48(3), 709-716.
- [14] Zhang, Y., Cardoso, J.C., Wang, Y., Fish, P.J., Carlos, A.C., Wang, W., (2004), "Time-Scale Removal of "Wall Thump" in Doppler Ultrasound Signals", *IEEE Trans. Ultrason Ferroelec Freq. Contr.*, 51(9), 1187-1192.
- [15] Takens, F., (1981), "Detecting Strange Attractors in Turbulence", *Lecture Notes in Mathematics*, 898, 366-381.
- [16] Fraser, A.M., Swinney, H.L., (1986), "Independent Coordinates for Strange Attractors from Mutual Information", *Phys. Rev. A*, 33, 1134.
- [17] Cao, L., (1997), "Practical Method for Determining the Minimum Embedding Dimension of a Scalar Time Series", *Physica D*, 110(1), 43-50.
- [18] Kennel, M.B., Brown R., Abarbanel H.D.I., (1992), "Determining Embedding Dimension for Phase-Space Reconstruction Using a Geometrical Construction", *Phys. Rev. A*, 45, 3403-3411.
- [19] Lillekjendlie, B., Kugiumtzis, D., Christophersen, N., (1994), "Chaotic Time Series - Part II: System Identification and Prediction", *Modeling, Identification and Control*, 15(4), 225-243.
- [20] Faure, P., Korn, H., (2001), "Is There Chaos in the Brain? I. Concepts of Nonlinear Dynamics and Methods of Investigation", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series III - Sciences de la Vie*, 324(9), 773-793.
- [21] Wolf, A., Swift, J.B., Swinney, H.L., Vastano, J.A., (1985), "Determining Lyapunov Exponents from a Time Series", *Physica D*, 16(3), 285-317.
- [22] Mandelbrot, B.B., (1997), "*Fractals: Form, Chance and Dimension*", San Francisco, W.H. Freeman.
- [23] Akay, M., (2000), "*Nonlinear Biomedical Signal Processing, Dynamic Analysis and Modelling, Volume II*", IEEE Press.

- [24] Hentschel, H.G.E., Procaccia, I., (1983), "The Infinite Number of Generalized Dimensions of Fractals and Strange Attractors", *Physica D*, 8, 435-444.
- [25] Grassberger, P., Procaccia, I., (1983), "Estimation of the Kolmogorov Entropy From a Chaotic Signal" *Phys. Rev. A*, 28, 2591-2593.
- [26] Theiler, J., (1990), "Estimating Fractal Dimension", *J. Opt. Soc. Am. A*, 7, 1055-1073.
- [27] Carolan-Ress, G., Tweddel, A.C., Naka, K.K., Griffith, T.M., (2002), "Fractal Dimension of Laser Doppler Flowmetry Time Series", *Medical Engineering and Physics*, 24, 71-76.
- [28] Yılmaz, D., Güler, N.F., Musapaşaoğlu, H., Kırbaş, İ., (2006), "Sağlıklı ve Daralmış Karotid Atardamar Doppler Sinyallerinin İnti Boyutu Analizi", *IEEE, 14th Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU), Antalya, Türkiye*.