

Bölüm 13

ZAMAN SERİLERİNİN KAOTİK

YAPISININ İNCELENMESİ

H.Nazan ÇAĞLAR¹

¹ Dr.Öğr.Üyesi , İstanbul Kültür Üniversitesi,İİBF,ncaglar@iku.edu.tr, ORCID No: 0000-0003-2152-8747

1.Giriş

Kaos teorisi kimya, fizik, mühendislik, ekoloji ve ekonomide çok çeşitli problemlerin çözümünde kullanılmaktadır. Geçen yüzyıl boyunca ekonomistler, iş çevrimi de dahil olmak üzere ekonomik çevrimler biçiminde farklı dinamik davranışların varlığını öne sürdüler. Kaos nedir sorusu, genel olarak üç koşulla karakterize edilen düzensiz salınımlı bir süreç olarak cevaplanmıştır. Bu koşullar; düzensiz periyodiklik, başlangıç koşullarına ve parametreye duyarlılık , öngörülebilirlik eksikliği olarak belirtilir.

Kaos, temel alınan sistemin doğrusal olmayan ve deterministik bir süreç olduğu varsayımlarına dayanır. Bununla birlikte, doğrusal modellerin ekonomik sistemin karmaşıklığını yakalamada başarısız olduğunu kanıtlayan bazı sonuçlar vardır. Doğrusal olmayan analiz başlangıçta fizik ve doğa bilimlerinde geliştirilmiş olsa da, doğrusal modeller bu alanlarda ki her sorunu açıklayamadığı için finans ve ekonomiye de uygulanmıştır.

Kaos teorisi, doğrusal olmayan dinamikleri incelemede yeni bir yöntem sunduğundan, doğrusal olmayan dinamiklerin ekonomideki uygulamalarının çoğu, makroekonomide büyüme ve iş çevrimlerini modellemeye odaklanmıştır.(Gangopadhyay, P. et al., 2011) Finansal piyasaların kaotik ve karmaşık yapısını anlamak için geçmişin katı bilimsel paradigmaları ile çalışmak yerine yeni matematiksel teknikler kullanılmalıdır. (Nichols, Nancy A., 1993) Örneğin, hisse senedi fiyatları doğrusal olmayan hareketlerle çok boyutlu davranışlar sergilerler . Herhangi bir zamanda hareketlerini etkileyen bir çok faktör vardır.

Peters (Peters,E.,1991) kitabında, kaos teorisinin, piyasayı birbirine bağlı karmaşık bir sistem gibi ele alan yeni bir tür piyasa paradigması yaratmanın anahtarının gerçekten elinde olabileceğini savunuyor. Kitabın girişinde şöyle yazıyor: “Etkin piyasa hipotezi, yatırımcıların rasyonel, sıralı ve düzenli olduğunu varsayar. Matematiği tek bir çözümle basit doğrusal diferansiyel denklemlere indirgeyen bir yatırım davranışı modelidir. Ancak, piyasalar düzenli veya basit değildir. Dağınık ve karmaşıktırlar.”

Stokastik modeller , hisse senedi verilerinin davranışlarını açıklamakta yeterli sonuçlar ortaya çıkarsa da kaotik davranışlarının da incelenmesi gereklidir. Çalışmaların çoğu, önceki dönem getirilerinin sonraki dönem akışları üzerindeki önemini ve önceki dönemlere ait riske göre düzeltilmiş getirilerin sıralanmasının cari dönem akışları üzerindeki önemini ortaya koymuştur.(Clark, A. ,2006: 50)

Zaman Serilerinin kaotik davranışlarının analizi üzerine farklı alanlarda pek çok çalışma vardır. (Albostan ,A. , Önsöz, B. 2015)

Kaotik davranış gösteren Lojistik Map (harita) , nüfus tahminlemede kullanılan bir fonksiyondur. Çalışmada lojistik map kaotik davranışları , faz uzayı oluşturularak incelenmiştir. Bu kitap bölümünde , kaos teorisinde kullanılan faz uzayı ve korelasyon boyutu örneklerle analiz edilmiştir.

2. Faz Uzayı ve Gömme (Embedding) Boyutu

Kaotik davranış gösteren zaman serileri ve kaos teorisi yöntemlerinin arkasındaki önemli temellerden biri, gömme teoremidir. (Takens F., 1981) Tek bir ölçülen değişken $x(n) = x(t_0 + n\tau)$ ile t_0 başlangıç zamanı ve τ örnekleme zamanı ve bunun gecikmelerinin kullanımının N-boyutlu uzayı sağladığını gösterir. $X(t)$ serisi kendi içerisinde birçok dinamik davranışı içerebilir. Gözlemlenen sistemdeki dinamik davranışlar için N boyutlu durum vektörleri $X(t)$ aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$X(t) = [x(t), x(t+\tau), \dots , x(t+(N-1) \tau)] \quad (2.1)$$

burada $x(t)$, t zamanındaki zaman serisinin bir değeridir, τ uygun bir zaman gecikmesidir (örnekleme zamanı) ve N gömme boyutudur. Bu vektör, N yeterince büyük olduğunda, doğrusal olmayan dinamikleri tam olarak temsil eder. Gömme teoremi, bir sistem üzerindeki davranışın tam bilgisinin herhangi bir ölçümün zaman serisinde yer aldığını ve zaman serisinden çok değişkenli faz uzayı için yeniden yapılandırma oluşturulabileceğini gösterir. Durum uzayını zaman gecikmesinde τ gerçekleştirmek için gömme boyutu N gereklidir.

Tek boyutlu zaman serileri $x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_i), \dots, x(t_n)$ varsayalım ve m boyutlu faz uzayının bir faz tipine genişletilir,

$$\begin{array}{ccccccc} X(t_0) & X(t_1) & \dots X(t_i) & & \dots X(t_n+(m-1)\tau) & & \\ X(t_0 + \tau) & X(t_1 + \tau) & \dots X(t_i + \tau) & & \dots X(t_n+(m-2)\tau) & & \\ X(t_0 + 2\tau) & X(t_1 + 2\tau) & \dots X(t_i + 2\tau) & \dots & X(t_n+(m-3)\tau) & (2.2) & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ X(t_0 + (m-1)\tau) & X(t_1+(m-1)\tau) & \dots & X(t_i + (m-1)\tau) & \dots & X(t_n) & \end{array}$$

Burada $\tau = k\Delta t$ ($k = 1,2, \dots$) gecikme zamanıdır ve denklemdeki her satırdan faz uzayının bir faz noktası oluşturulur. (2.2). Her faz noktası $X(t_i)$ m ağırlığa sahiptir, $X(t_i), X(t_i + \tau), \dots, X(t_i + (m-1)\tau)$. m-Boyutlu faz uzayının her bir faz noktası, kesinlikle anlık bir durumu içerir ve noktanın faz uzayının yörüngesi, faz noktasının bağlantı çizgisinden oluşurken, zamanla sistem durumu evrimini sergiler. Daha sonra sistem dinamiği daha fazla boyutta faz uzayında incelenebilir. Faz uzayı kurulan sistemin boyutunun belirlenmesi için korelasyon boyutu metodu kullanılır.

3. Korelasyon Boyutu (Correlation Dimension)

Korelasyon boyutu en temel bilinen kaos testidir. Yöntem, gözlemlenen zaman serisi verilerinden boyutu belirlemeye çalışır. Bir diğer ifadeyle , faz uzayı ile oluşan sistemin boyutunun belirlenmesinde kullanılan en temel yöntem korelasyon boyutudur. Grassberger ve Procaccia tarafından önerilen algoritma (Grassberger P ve Procaccia I., 1983), çekicinin boyutunu tahmin etmek için güç yasası davranışı kullanılan bir korelasyon integralinin hesaplanmasını içerir.

m boyutlu faz uzayında bir çift faz noktası

$$X_m(t_i) = (X(t_i), X(t_i + \tau), X(t_i + 2\tau), \dots, X(t_i + (m-1)\tau))$$

$$X_m(t_j) = (X(t_j), X(t_j + \tau), X(t_j + 2\tau), \dots, X(t_j + (m-1)\tau))$$

Uzaklıkları $r_{ij} = X_m(t_i) - X_m(t_j)$ olduğunda. Kritik bir mesafe r verildiğinde, korelasyon integrali şu şekilde tanımlanır:

$$C(r, m) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i,j=1(i \neq j)}^N \theta(r - \|X_i - X_j\|), \quad 1 \leq i \leq j \leq N \quad (3.1)$$

X_i, X_j vektörleri arasında ki uzaklık $\|X_i - X_j\|$ ökliden uzaklıktır. Burada θ , Heaviside fonksiyonudur. $z = r - \|X_i - X_j\|$, r ise uzaydaki bir kürenin yarıçapı olarak düşünülebilir.

Eğer r çok küçükse, tüm $X_i - X_j > r$, $\theta(z) = 0$, $C(r, m) = 0$, $C(r, m) = 0$, aksi takdirde $C(r, m) = 1$. Çok büyük ve küçük r , durumunda sistem doğal özelliği yansıtamaz. Genellikle,

r değeri $0 \leq C(r, m) \leq 1$ olmalıdır. $C(r) \sim ar^\gamma$, α bir sabit, γ ise korelasyon üsteli veya korelasyon boyutudur. ($\log C(r)$, $\log r$) grafiğinin eğimidir.

Eğer korelasyon üsteli doygunluğa ulaşıyorsa sistem kaotiklik sergiler. Eğer gömme boyutu sınırsız artarsa sistem stokastiktir.

Korelasyon boyutunun nasıl hesaplanacağını göstermek için, bir eğrinin uzunluğunu ölçmek istediğimizi varsayalım. Korelasyon boyutu D_2 şu şekilde tanımlanır:

$$D_2 = \left| \frac{\lg(C_2(r, m))}{\lg(r)} \right| = \left| \frac{\ln(C_2(r, m))}{\ln(r)} \right| \quad (3.2)$$

Farklı m için hesaplanan korelasyon integralinin doğrusal parçalarının eğimleri regresyon analizi ile bulunarak D_2 ler hesaplanır. m ' ye bağlı D_2 (m) doyum noktasına ulaştığında kaotik sistemin gömme boyutu belirlenmiş olur.

4. Faz Uzayı ve Gömülü Boyut Üzerine Örnekler

Bu bölümde , parametreye bağlı kaotik davranışlar sergileyen lojistik map (harita) , yatırım araçlarına ait zaman serisi verileri üzerinde yukarıda anlatılan konular üzerinde uygulamalar verilecek , kelebek etkisi incelenecektir. Ayrıca faz uzayı örnekleri rastlantısal yürüyüş (Random Walk) ve AR(1) modeli uygulamaları görsel olarak anlatılacaktır.

4.1. Lojistik Map (Harita)

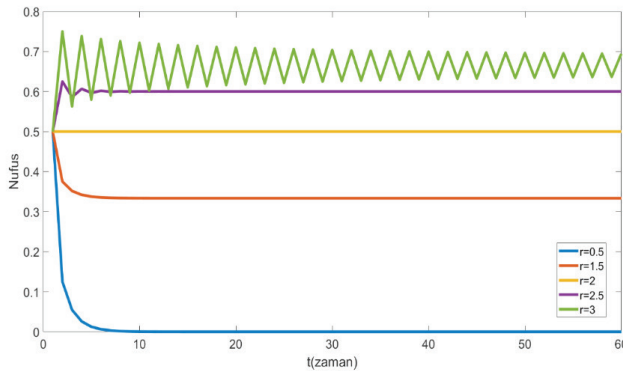
Doğrusal olmayan dinamik sistemlerin kaotik olarak incelenmesinde kullanılan önemli bir haritadır. (Boeing ,G.,2016) Lojistik harita , ayrı zaman adımlarına bakmak için doğrusal olmayan bir fark denklemi kullanır. Lojistik Map , Lojistik harita olarak adlandırılır,

Bir t anındaki nüfus değeri , r büyüme oranı olmak üzere t+1 anındaki nüfusu tahmin eder.

$$x_{t+1} = rx_t(1 - x_t) \quad (4.1)$$

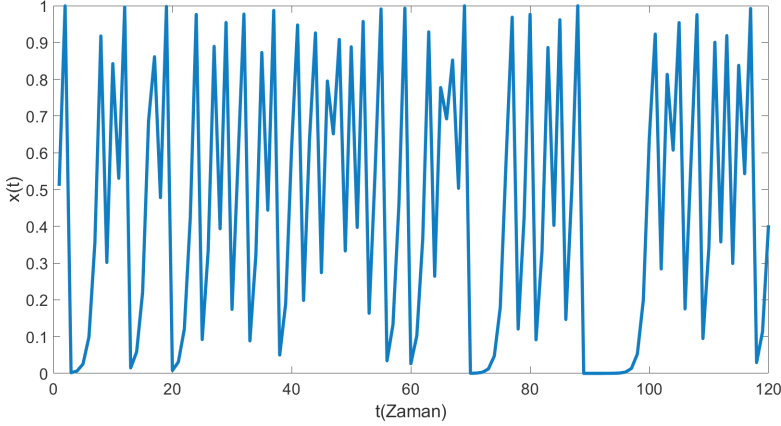
Başka bir deyişle, herhangi bir zamanda nüfus düzeyi, büyüme hızı parametresinin ve önceki zaman adımının nüfus seviyesinin bir işlevidir. Eğer büyüme hızı çok düşük olursa, nüfus ölür ve nesli tükenir. Daha yüksek büyüme oranları istikrarlı bir değere doğru yerleşebilir veya bir dizi nüfus patlaması oluşur. Bu denklem ne kadar basit olsa da, belirli büyüme hızı parametrelerinde kaos üretir. Bu durum aşağıda incelenmektedir.

Farklı r büyüme oranları için sistemi simüle edelim, Şekil 4.1 de başlangıç seviyesi 0,5 olarak alınmıştır.(genel kabuldür.) Şekil' e bakıldığında, 1,5 büyüme oranı altında nüfus düzeyinin 0,333'lük nihai değere doğru yerleştiği görülmektedir. Büyüme hızı 2.0 sütununda, her nesilde değişmeyen bir nüfus düzeyi görülmektedir. Bu sonuç mantıklıdır. Her aile iki çocuk üretirse, genel nüfus büyümmez veya küçülemez. Yani 2.0'ın büyüme oranı değişim oranını temsil etmektedir.

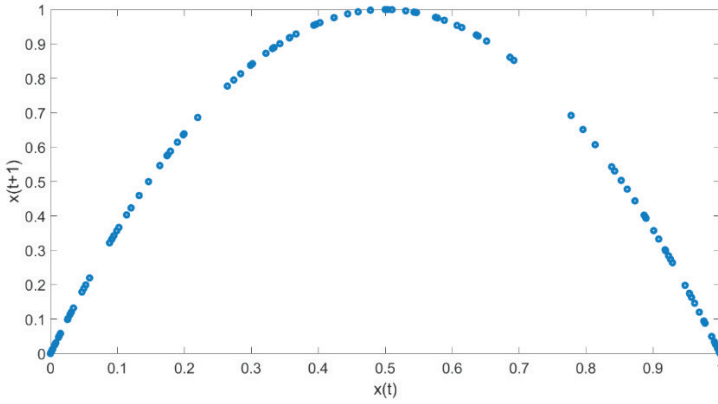


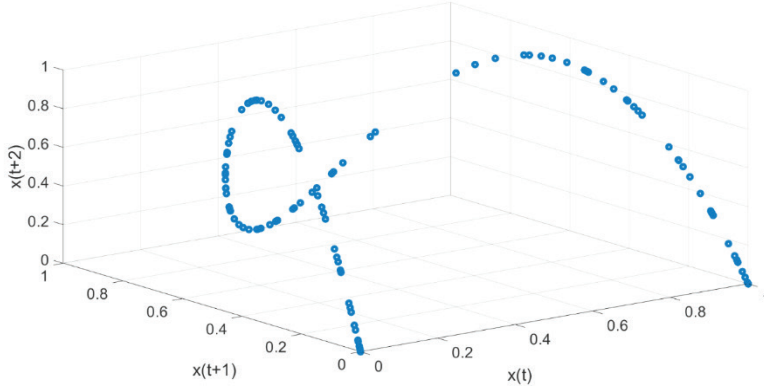
Şekil 4.1. Farklı büyüme oranlarına göre lojistik model

$N=120$, $r=4$, başlangıç değeri 0.51 için seriyi üretelim Şekil 4.2. Bu seri kaotik bir rejime sahiptir. Bu serinin faz uzayını ve gömülü boyutlarını inceleyelim .

**Şekil.4.2** $N=120$, $r=4$, başlangıç değeri 0.51 için lojistik map

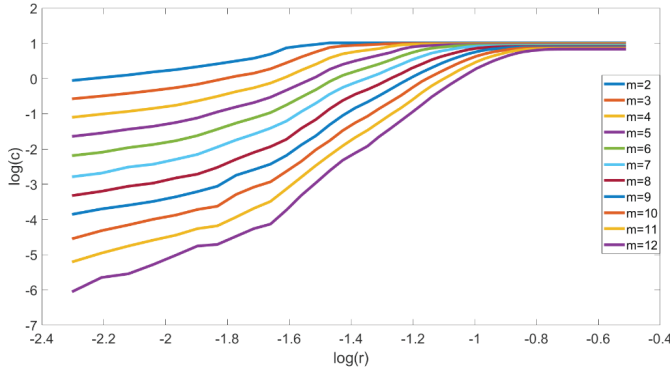
Yukarıdaki serinin 2 boyutlu ve 3 boyutlu faz uzayı aşağıda verilmektedir.

**Şekil. 4.3** Lojistik map İki boyutlu faz uzayı



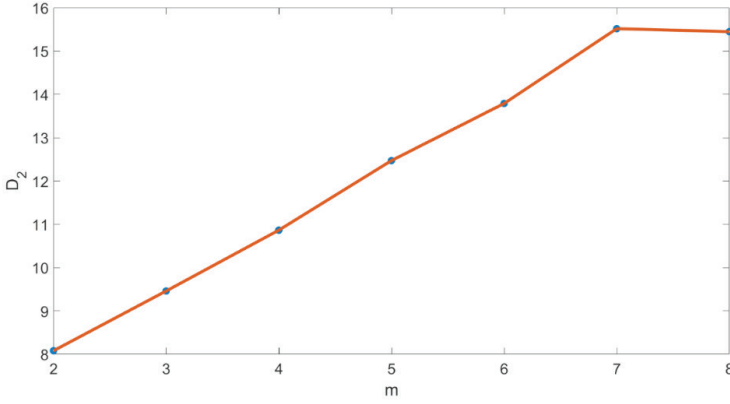
Şekil. 4.4 *Lojistik map Üç boyutlu faz uzayı*

MATLAB da yazılan programla, denklem 3.1 deki korelasyon integralleri hesaplanırsa Şekil 4.5 elde edilir.



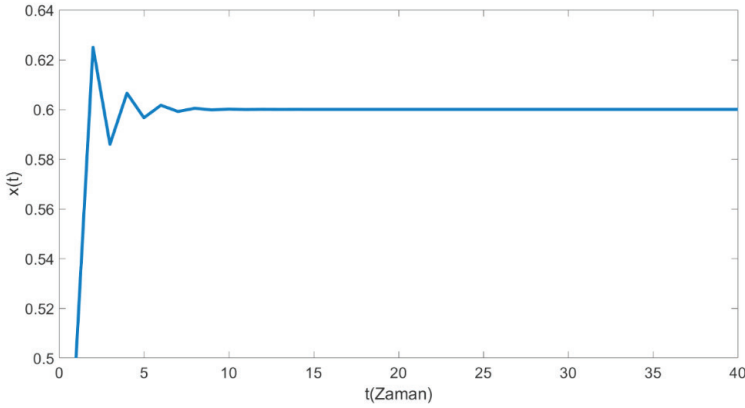
Şekil 4.5. *Lojistik map korelasyon integrali*

Korelasyon integralleri logaritmik eksenlerde belirli bir noktada doyuma ulaşmaktadır. Doğrusal hareket gösteren bölgenin eğimi regresyon analizi ile bulunarak korelasyon boyutu grafiği elde edilmiştir. Korelasyon boyutunda da bir doyum noktası görülmektedir. Bu örnek için $m=7$ dir. (Şekil 4.6) Böylece, lojistik haritanın kaotik davranış gösterdiği anlatılan yöntemle de kanıtlanmıştır



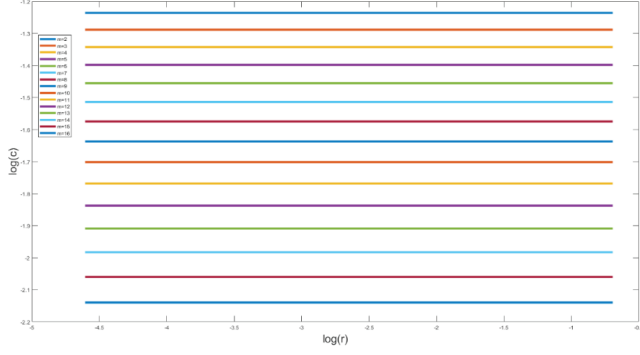
Şekil 4.6. Lojistik map için gömme boyutu

Lojistik haritadan , $N=40$, $r=2.5$, başlangıç değeri 0.5 için kaotik davranış göstermeyen bir seriyi üretelim. (Şekil 4.7)

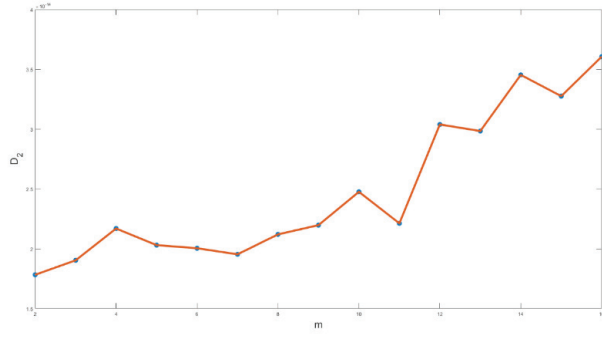


Şekil 4.7 Kaotik davranış göstermeyen seri

Kaotik davranışlı olmayan bir seride integraller, birbirine paralel çizgilerden oluşmaktadır. Dolayısıyla korelasyon boyutu eğimi sıfır olan bir davranış gösterir. (Şekil 4.8, Şekil 4.9) Bu seri stokastik davranışlıdır.



Şekil 4.8. İntegraller kaotik olmayan seri



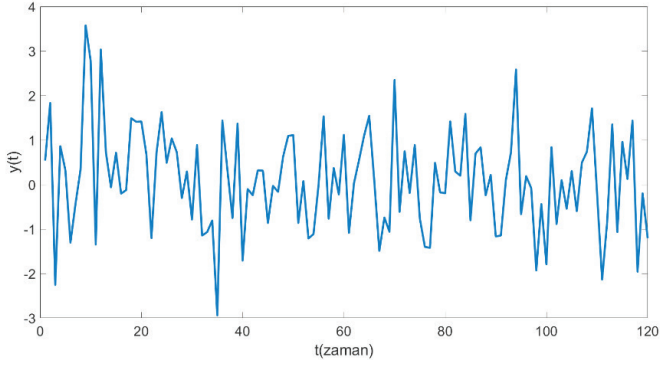
Şekil 4.9. Kaotik olmayan seri için gömülü boyut

4.2. Faz Uzaı Örnekleri

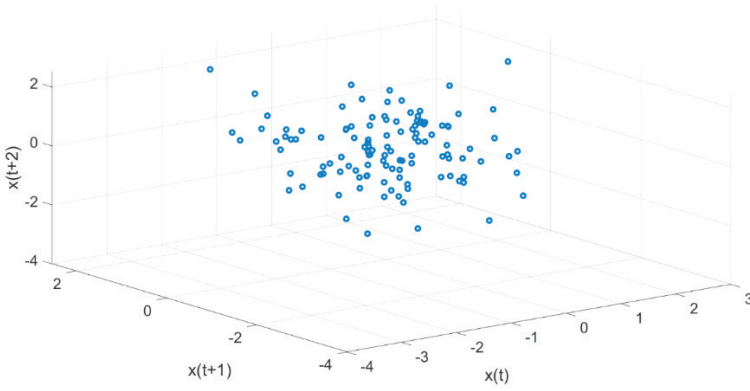
4.2.1. Rastlantısal Yürüyüş (Random Walk)

Zaman serisi uygulamalarında kullanılan durağan seri tipidir. Bu seri aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$x_t = \varepsilon, \quad \varepsilon : N(0,1) \quad (0 \text{ ortalamalı, } 1 \text{ varyanslı Normal dağılım})$$

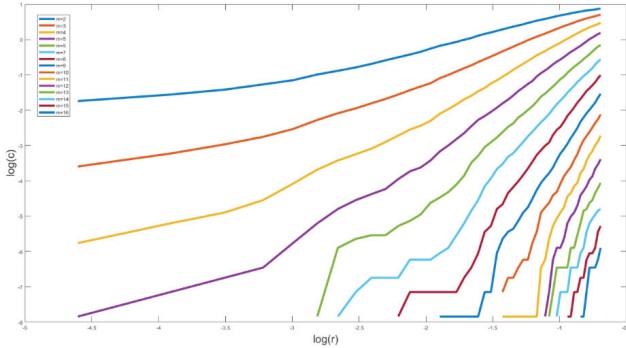


Şekil 4.10. Rastlantısal yürüyüş

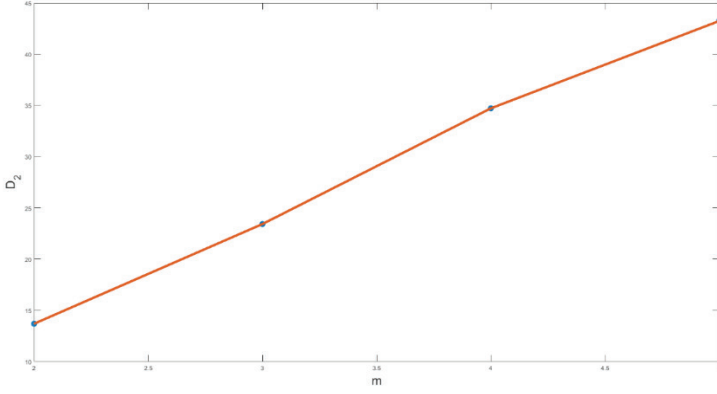


Şekil 4.11. Rastlantısal yürüyüş faz uzayı

Seriye ait integral eğrileri Şekil 4.12 ve Şekil 4.13 de verilmektedir. Şekillerden de görüldüğü gibi Log eğrileri doyuma ulaşmamakta, D_2 sonsuz artmaktadır. Dolayısıyla stokastik davranış göstermektedir. Bu da kaotik dinamiklerin olmadığını belirtmektedir.



Şekil 4.12. İntegraller (rastlantısal yürüyüş)

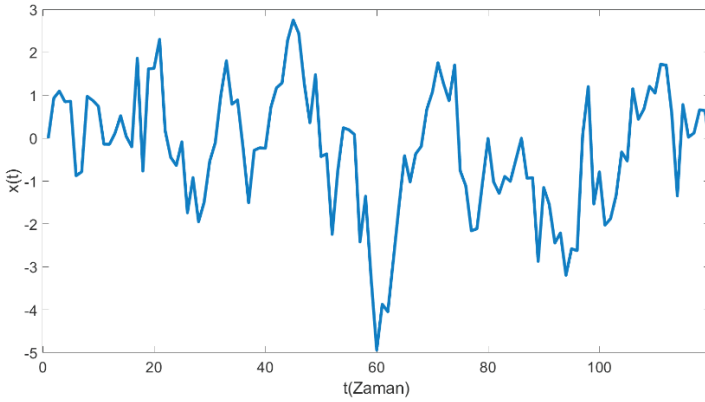


Şekil 4.13. Gömme boyutu (rastlantısal yürüyüş)

4.2.2 AR(1) Modeli

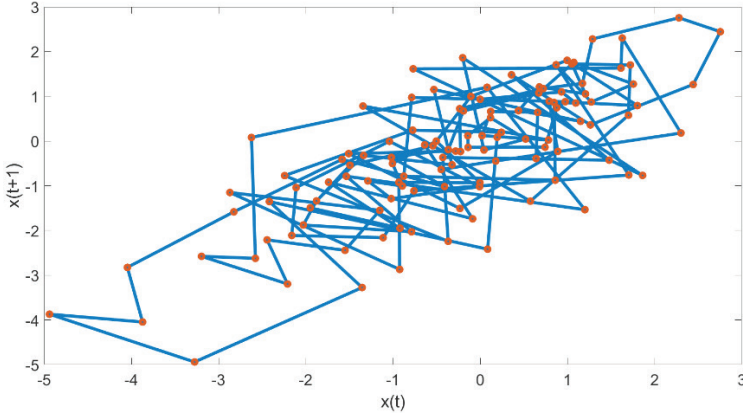
Aşağıda , 0.8 parametrelili otoregressif durağan bir zaman serisi verilmektedir. Bu seri ve iki boyutlu faz uzayı Şekil 4.14 ve Şekil 4.15 görülmektedir.

$$x_t = 0.8x_{t+1} + \varepsilon \quad \varepsilon : N(0,1) \text{ (0 ortalamalı , 1 varyanslı Normal dağılım)}$$



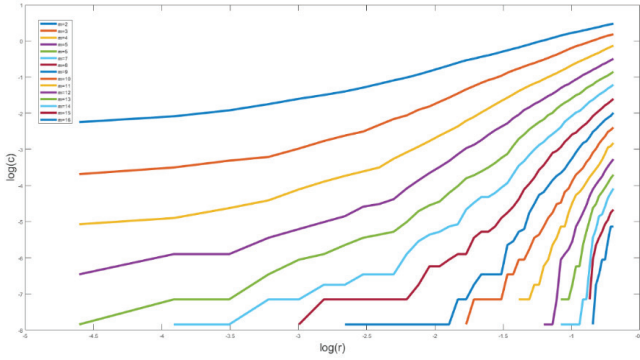
Şekil 4.14. AR(1) Otoregressif durağan seri

Serinin iki boyutlu faz uzayı

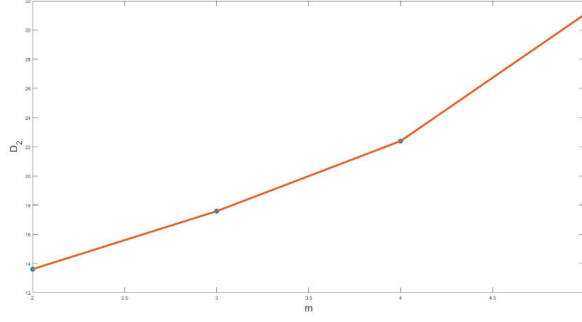


Şekil 4.15. Otoresgressif model iki boyutlu faz uzayı

İki boyutlu faz uzayında x_t ile x_{t+1} arasındaki 0.8 lik ardışık bağımlılık pozitif korelasyon olarak Şekil 4.15 de görülmektedir. Seriyeye ait integral eğrileri Şekil 4.16 ve Şekil 4.17 de verilmektedir. Şekillerden de görüldüğü gibi Log eğrileri doyuma ulaşmamakta, D_2 sonsuz artmaktadır. Dolayısıyla stokastik davranış göstermektedir. Bu da kaotik dinamiklerin olmadığını belirtmektedir.

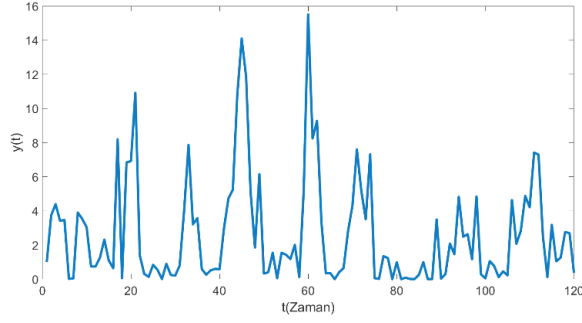


Şekil 4.16. AR(1) için İntegraller



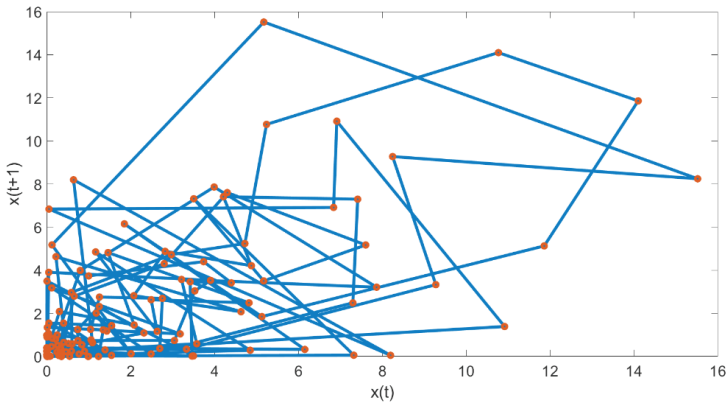
Şekil 4.17 . $AR(1)$ için Gömme boyutu

Yukardaki seriyi lineer olmayan duruma getirelim: $y_t = (1 + x_t)^2$. Bu seri ve seriye ait faz uzayı Şekil 4.18 ve Şekil 4.19 de görülmektedir.

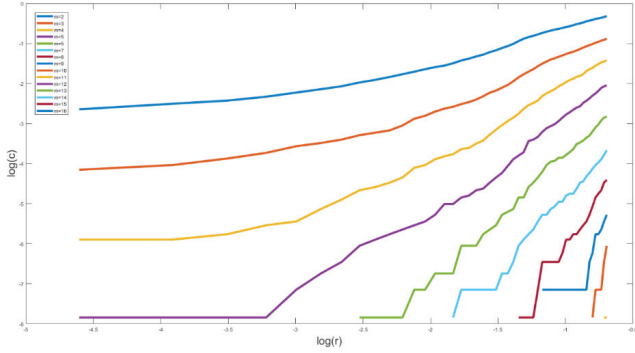


Şekil 4.18 Lineer olmayan seri

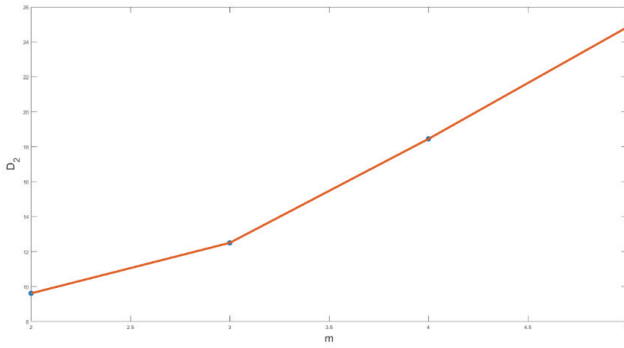
İki Boyutlu faz uzayı



Şekil 4.19. Lineer olmayan seri için iki boyutlu faz uzayı



Şekil 4.20. Linear olmayan seri için integraller



Şekil 4.21. Linear olmayan seri için gömme boyutu

Linear modelde olduğu gibi linear olmayan modelde de sürecin stokastik olduğu, kaotik dinamiklerin mevcut olmadığı Şekil 4.20 ve Şekil 4.21 de görülmektedir.

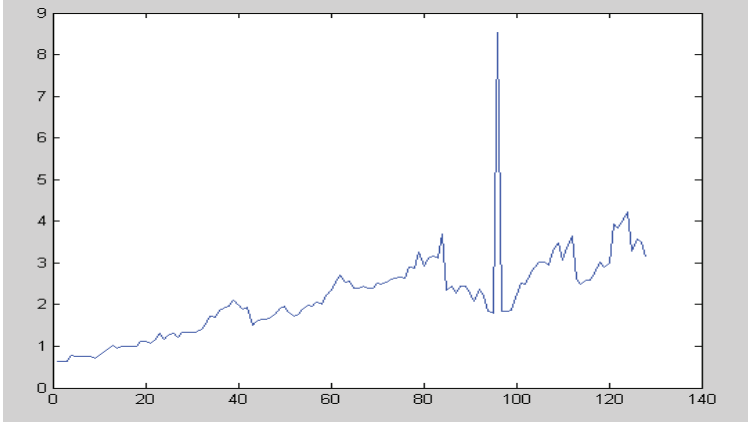
4.3. Yatırım Araçlarının Kaotik Analizi

Bu bölümde yatırım fonu ve bitcoin verilerinin kaotik yapısı görsel olarak incelenmiş ve iki yatırım aracındaki farklı yapılar tartışılmıştır.

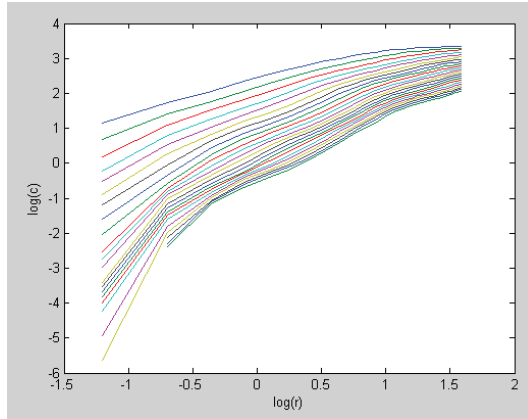
4.3.1. Yatırım Fonları Kaotik Analizi

Yatırım fonlarının davranışını incelemek amacıyla menkul kıymetler yatırım fonlarının getirileri üzerinde analizler yapılmış ve verilerinin davranışları incelenmiştir. Verilere ait grafik Şekil 4.22 de görülmektedir. Şekil 4.23 ve Şekil 4.24, zaman serilerinin karmaşık bir yapı sergilediğini göstermektedir. Ayrıca faz noktasının bir tür düzensiz hareketi vardır (Şekil 4.25). Bu nedenle, çekicinin garip bir çekici olduğunu kanıtlayabiliriz. Verilen r için, denklem (3.1) temelinde bir $C(r,m)$ değeri elde ederiz. Şekil 4.23, doğrunun eğiminin kademeli olarak arttığını ve m değeri arttıkça eğrilerdeki mesafenin kademeli olarak azaldığını göstermektedir. Doğru-

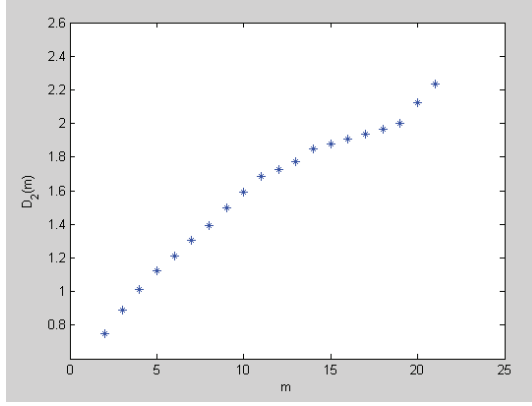
sal regresyon yöntemini (Şekil 4.23) kullanılarak denklem (3.2) temelinde her bir doğrunun eğimi hesaplanır. Şekil 4.24 de m değeri arttıkça $D_2(m)$ değerinin kademeli olarak sabit hale geldiğini göstermektedir. Gözlemlendiği gibi çekici boyutu yaklaşık 2'dir ve doygunluk gömme boyutu 20'den büyüktür. $D_2(m)$ değeri fraktal olduğundan, yatırım fonları verilerinin karmaşık yapıya sahip doğrusal olmayan kaotik bir sistem olduğu sonucuna varabiliriz. Bu da bize kaotik yapı ve öngörülebilir zaman ölçeğindeki sistemin çok karmaşık olduğunu, bu nedenle, yatırım fonları verileri için uzun vadeli tahminlerin öngörülemeyeceğini gösterir.



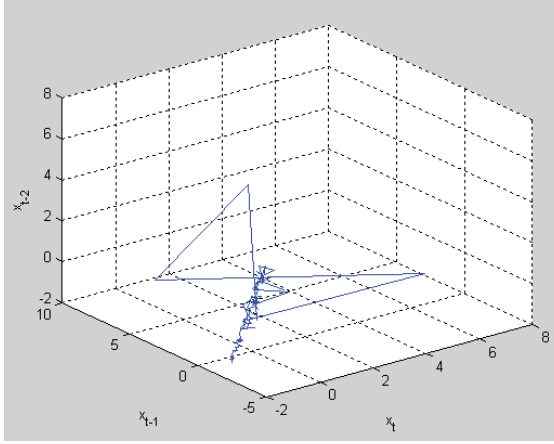
Şekil 4.22. Yatırım Fonları zaman serisi



Şekil 4.23. Yatırım fonları verileri için korelasyon boyutu



Şekil 4.24. Yatırım fonları zaman serisi için gömme boyutu

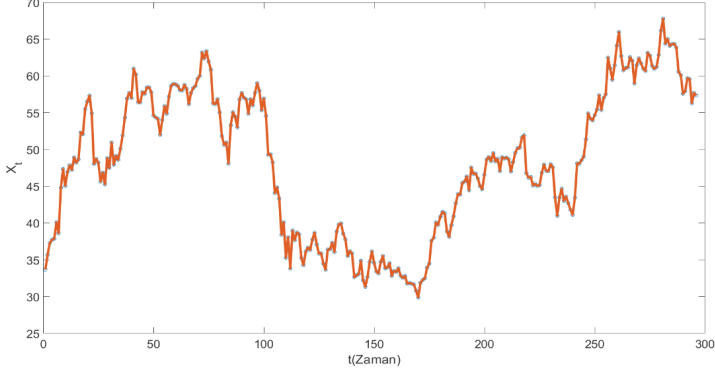


Şekil 4.25. Yatırım fonları zaman serisi için 3-D Faz uzayı

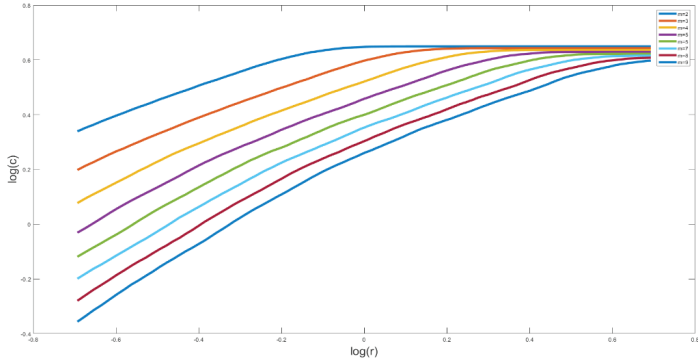
4.3.2. Bitcoin Verilerinin Analizi

Bitcoin fiyatlarındaki kaotik yapının incelenmesi amacıyla 2021 Şubat – 2021 Kasım döneminde günlük kapanış fiyatı (\$) veri olarak kullanılmıştır. (marketwach.com) Bu çalışmamızda kullanılan verilere ait grafik Şekil 4.26 de görülmektedir. Şekil 4.27 ve Şekil 4.28, zaman serilerinin karmaşık bir yapı sergilediğini göstermektedir. Ayrıca faz noktasının bir tür düzensiz hareketi vardır (Şekil 4.29). Verilen r için, denklem (3.1) temelinde bir $C(r,m)$ değeri elde ederiz. Doğrusal regresyon yöntemini kullanılarak denklem (3.2) temelinde her bir doğrunun eğimi hesaplanır. Korelasyon integralleri logaritmik eksenlerde belirli bir noktada doyuma ulaşmaktadır Şekil 4.27 de doğrunun eğiminin kademeli olarak arttığını ve m değeri arttıkça eğrilerdeki mesafenin kademeli olarak azaldığını göstermektedir. Şekil 4.28 de m değeri arttıkça $D_2(m)$ değerinin kademeli olarak sabit hale geldiğini göstermektedir. Bu nedenle, çekici boyutu yaklaşık 1.62 dir ve doygunluk gömme boyutu 4’den büyüktür. $D_2(m)$ değeri

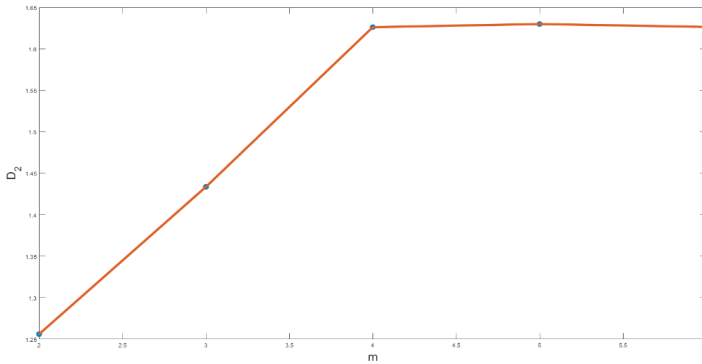
fraktal olduğundan, bitcoin verilerinin garip çekici ve karmaşık yapıya sahip doğrusal olmayan kaotik bir sistem olduğu sonucuna varabiliriz. Bu da bize sistemin çok karmaşık olduğunu, bu nedenle, uzun vadeli tahminlerin öngörülelemeyeceğini gösterir



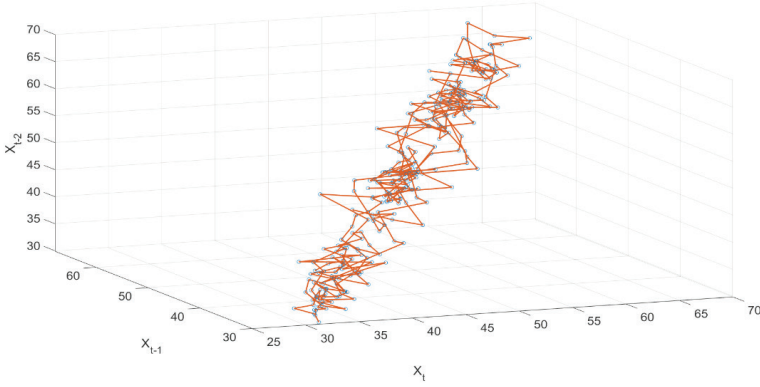
Şekil 4.26. Bitcoin günlük kapanış fiyatı verilerine ait seri



Şekil 4.27 Bitcoin serisi için korelasyon boyutu



Şekil 4.28 . Bitcoin serisi için gömme boyutu

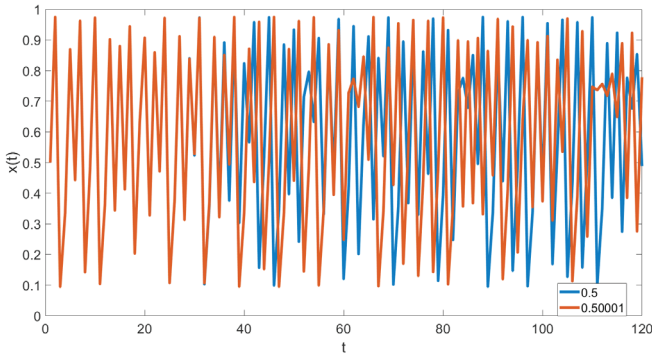


Şekil 4.29. *Bitcoin serisi için 3-D Faz uzayı*

Genel olarak baktığımızda, vadeli piyasalarda gömme boyutu daha büyüktür, Bitcoinde ise daha düşük çıktığı görülmektedir. Bu da bize bitcoin piyasasının dinamik boyutlarının daha düşük olduğunu belirtir. Diğer bir ifadeyle gelecek tahminlemesi için önemli bir sonuç elde edilmiştir.

4.4. Kelebek etkisi

Kaotik sistemler başlangıç koşullarına hassastırlar. Bu durum kelebek etkisi olarak bilinir. Örnek olarak bölüm 4.1 de anlatılan lojistik modelde iki farklı başlangıç popülasyon değeri ile çalışılırsa, bunlar 0,5 ve 0.50001 büyüme oranı da 3.9 için aşağıdaki şekil 4.30 oluşmaktadır. $t=30$ Değerine kadar aynı davranış görünüyor, 40 ve sonrası farklılaşmalar başlıyor. Bu durumu t değerini 40 dan itibaren başlatmış olsaydık gözlemleyemezdik. Kaotik sistemlerde geleceğin tahminleri sadece ölçümlerinizi kadar doğrudur. Ölçümler kesin değildir. Bu nedenle de gelecek tahminlerinde zorluklar vardır.



Şekil 4.30. *Kelebek etkisi , büyüme oranı*

5. Sonuç

Zaman serilerinin davranışının incelenmesi ve tahminleme yapılabilmesi konusunda kaotik davranış analizi önemli bir yere sahiptir. Bu kitap bölümün de anlatıldığı gibi faz uzayının tespiti, gömme boyutunun bulunması serinin davranışlarının analizi açısından önemli bilgiler görsellerle birlikte sunulmuştur. Bir sonraki çalışmalarım gömme boyutuna bağlı zaman serilerinin modellenmesi ve tahminleme üzerine olacaktır. Modelleme ve tahminlemeler otokorelasyonlar kullanılarak veya regresyon analizi ile yapılabilir. Yukarda anlatılan tüm çalışmalar MATLAB kod yazılarak gerçekleştirilmiştir. Bu konularda çalışacak araştırmacılara yardımcı olmasını dilerim.

Kaynaklar

- Albostan ,A. , Önsöz, B. (2015), Günlük Akarsu Akımlarının Kaotik Analizinde Dalgacık Yaklaşımının Uygulaması , *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 30(1) , 39-48.
- Boeing ,G. (2016), Visual Analysis of Nonlinear Dynamical Systems:Chaos, Fractals, Self-Similarity and the Limits of Prediction, *Systems*,4(4),37.
- Clark, A. (2006) ,Modelling the net flows of U.S. mutual funds with stochastic catastrophe theory ,*The European Physical Journal B*, 50, 659–669.
- Gangopadhyay, P., Elkanj, N., Rahman, M. A. (2011), Application of Theories of Complexity and Chaos to Economic Misgovernance, *Journal of Mathematics and Statistics*, 7(3):239-248.
- Grassberger P and Procaccia I. (1983), Dimension and entropies of strange attractors from a fluctuating dynamics approach ,*Physica*, D,13,34-54.
- Nichols, Nancy A. Efficient? Chaotic? What's the New Finance?. (1993), *Harvard Business Review*,71(5):0017-8012.
- Sloan, K.,(2011), Viewing Organizations Through the Lens of Chaos Theory: Thoughts on Applicability and Usefulness. *European Journal of Social Sciences*,21(3).
- Takens F. (1981),,,*Detecting strange attractors in turbulence* ,New-York: Springer-Verlag, pp .366-381.
- Peters,E. (1991), Choas and order in the capital markets, New York: John Wiley&Sons Inc.

İnternet Kaynakları

<https://www.marketwatch.com>