

SIVILAŞMA OLAYINA KAOTİK YAKLAŞIM

Şule CELASUN¹ ve Yılmaz ÖZTÜRK¹

Özet

Sıvılaşma (liquefaction), Zemin Mekaniğinde, su içeren ince taneli kum kütlelerinin bir titreşim hareketi sonucu sıvılaşarak oynak ve akıcı hale gelmesi olarak tanımlanabilir. Böyle bir kütlelerin bir yapının temel tabanını oluşturması halinde, deprem etkisinin büyümesine sebep olacak ve sıvılaşması nedeniyle yapı, stabilitesi bozularak, devrilebilecektir. Bu çalışmada, olayın teorik ve deneysel olarak incelenmesi, kaotik bir yaklaşımla, simülasyon yapılarak ve Akışkanlar Mekaniğinin bilinen formülasyonu kullanılarak ele alınmıştır.

Abstract

The liquefaction phenomenon may be defined in Soil Mechanics as the behavior of a mass of fine sand in contact with the water table, being fluidized and slugging under the vibration induced by an earthquake. In the case this mass constitutes the foundation soil layer of a building, it magnifies the magnitude of the earthquake, and starting somewhat to flow may cause to overturn the construction it bears. In this paper, the theoretical and experimental aspects of this phenomenon are investigated by a chaotic approach, through a simulation and using the well known formulation of the Fluid Dynamics.

Anahtar Sözcükler: Sıvılaşma, akışkanlaştırma, ağır hareket, kaos, SEM.

1. Giriş

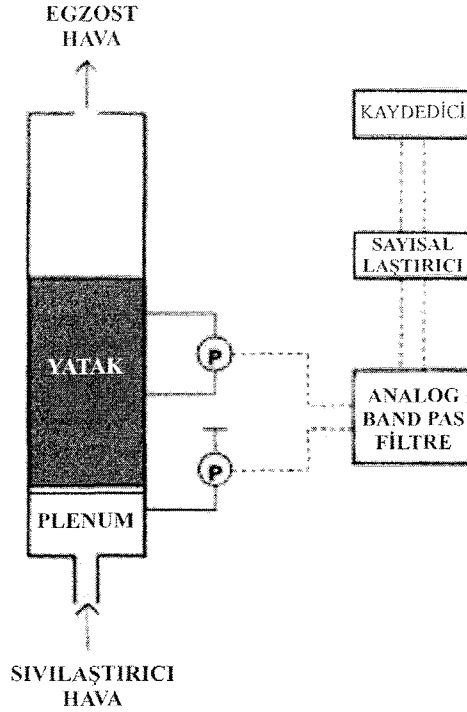
Sıvılaşma (liquefaction), Zemin Mekaniğinde, su içeren ince taneli kum kütlelerinin bir titreşim hareketi sonucu sıvılaşarak oynak ve akıcı hale gelmesi olarak tanımlanabilir. Böyle bir kütlelerin bir yapının temel tabanını oluşturması halinde, deprem etkisiyle sıvılaşması sonucu yapının stabilitesi bozulacak ve devrilebilecektir. Sıvılaşma deprem etkisinin büyümesine neden olacak ve çok riskli bir durum ortaya çıkacaktır. Yapı mühendislerinin çok korktuğu bu olayın teorik ve deneysel olarak incelenmesi büyük önem taşımaktadır.

Taneler media (kum) mekanik titreşimlerle harekete geçirildiği zaman, akışkanların ve katı cisimlerin tipik davranışından, birçok bakıma farklı olgular sergilemektedir. Çok ilgi çekici bir gözlem, içsel karmaşık mikroskopik dinamiklerin varoluşu sebebiyle global makroskopik davranışın ortaya çıkması olanağıdır [1].

2. Deneysel

Deneysel, akışkanlaştırılmış yatak (fluidized bed) denen aygıt ile yapılmaktadır [2]. Bu düzenin esası, düşey bir tüp içinde, taneler katılardan ibaret bir yatak içinden, tabandaki bir distribütör aracılığı ile bir akışkan (sıvı veya gaz) akımı geçirmektir (Şekil 1).

¹ İstanbul Teknik Üniversitesi, Makine Fakültesi, Mekanik Anabilim Dalı.

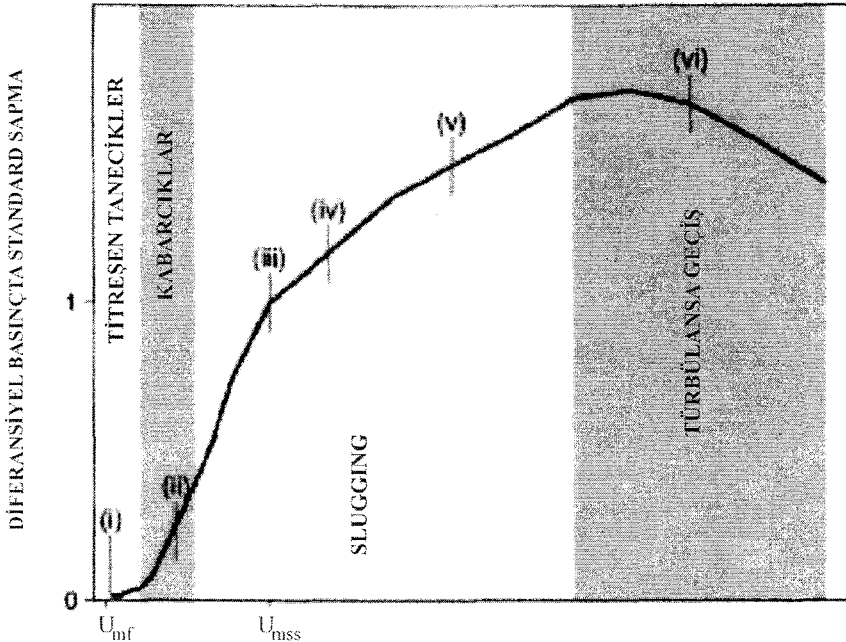


Şekil 1. Deneysel akışkanlaştırılmış yatak düzeni

Yatak dinamiği ölçümleri diferansiyel basınçlara dayalıdır:

- (1) Plenum odası ile atmosfer arasında;
- (2) Hava distribütörü üzerinde sırasıyla 10 ve 23 cm de duvara yüz konmuş basınç muslukları arasında.

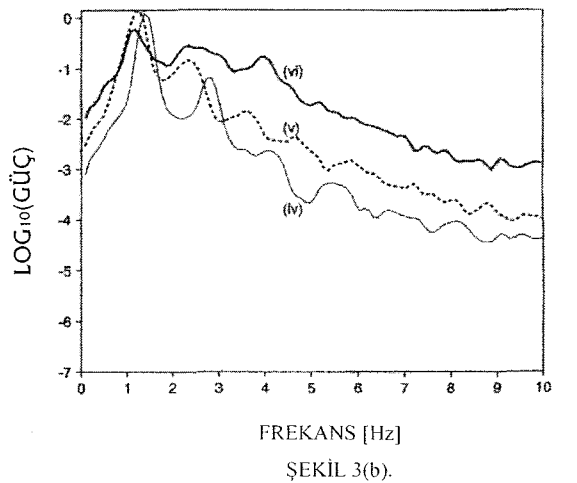
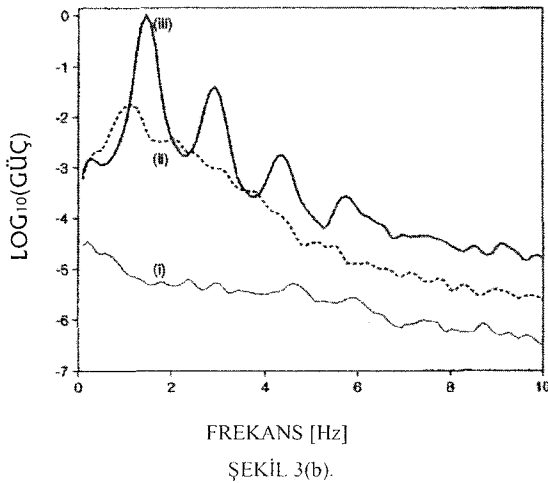
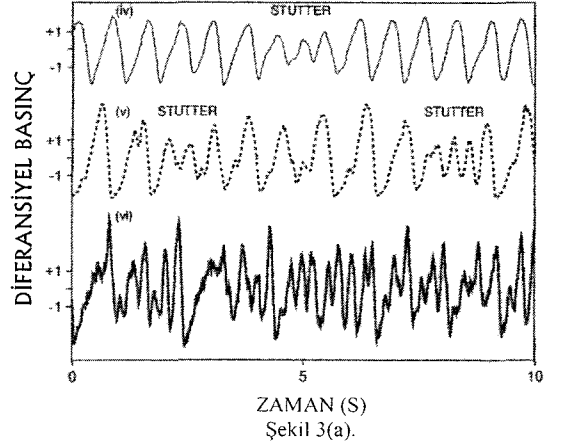
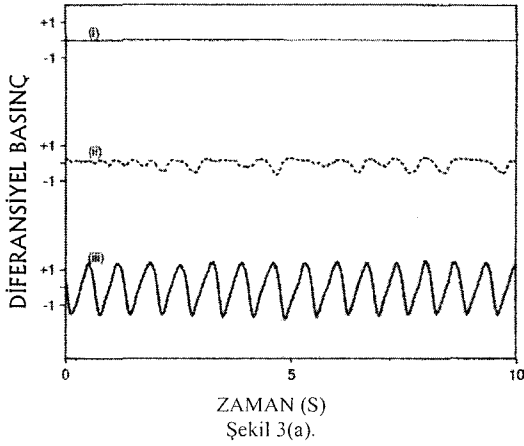
Basınç transdüserlerinden alınan sinyaller bandpas filtre edilmiştir (0.1 ~ 40 Hz). Filtreden sonra sinyaller sayısallaştırılmıştır.



Şekil 2. Akışkanlaştırıcı gaz akımı ile diferansiyel basınç salınımları varyasyonu. Nitel olarak farklı rejimler Şekil 3'te verilen örnek zaman serisi konumu ile beraber gösterilmiştir.

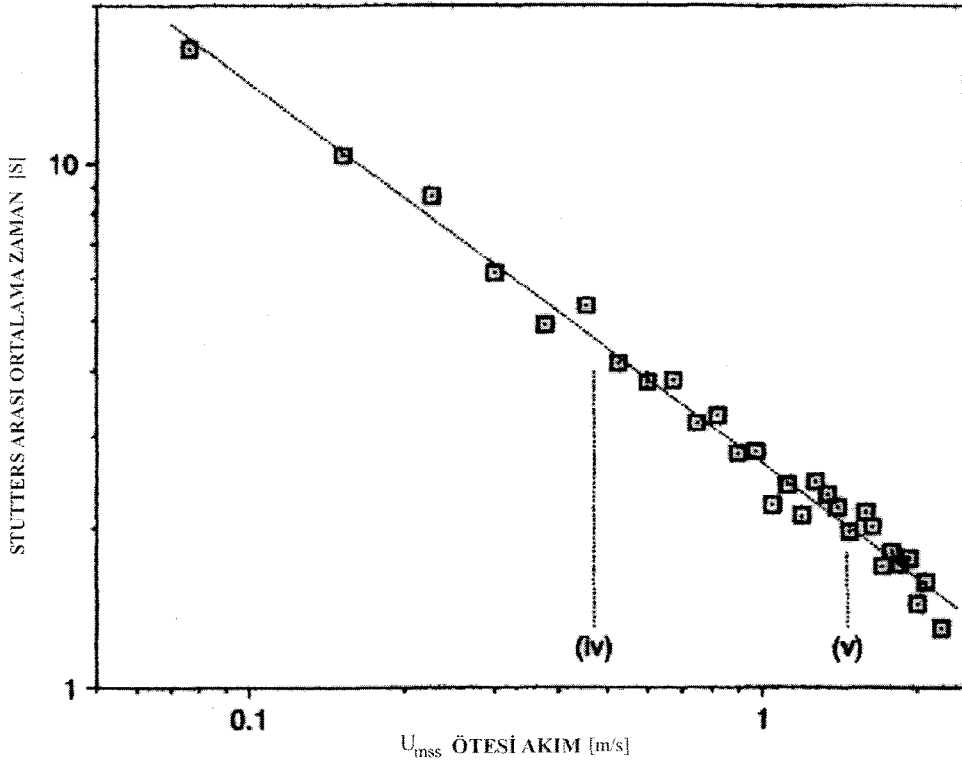
Akım, taneciklerin arasından geçerek, yer çekimine ters etkiyen bir direnç kuvveti (drag) meydana getirmektedir. Yeterince kuvvetli akımda, katı maddeler yzmeğe başlar ve karmaşık, türbülanslı modelde hareket eder. Bu türbülans, ısı ve kütle transferi ve akışkan ile katı tanecikler arasında kimyasal reaksiyonlar doğurur. Kütlesel (makroskopik) hareketin uzaysal boy leği, tipik olarak, bireysel tanecik (mikroskopik) hareketin boyutsal leğine nazaran en fazla 10^3 katı kadar büyüktür. Buna karşın her iki boy ölçeğinde nitel davranış açıkça farklıdır. Mikroskopik hareket oldukça karmaşık gözüktür. Tanecikler akışkanın türbülanslı akımı içinde askıda bulunurlar ve çok sık olarak birbirleriyle çarpışırlar. Büyük sayıda taneciğin ortak hareket ettikleri makroskopik hareket daha organize gözükmektedir (şekil 2).

Deneyler, yukarı doğru hareket eden akışkan tarafından askıya alınan bir karmaşık tanecik sisteminin düşük-boyutlu kütlesel davranış gösterebileceğini kanıtlamaktadır. Burada ‘‘ağır hareket’’ (slugging) olarak tanımlanan büyük-ölçekli kolektif tanecik hareketi ele alınmaktadır. Yerekimini yenmek için gerekli minimum akışkanlaştırma akımı (flow rate) U_{mf} olarak tanımlanmaktadır. Akım, kritik değerin yaklaşık %2'sine erişince maximum stabil ağır hareket (slugging) oluşur ve kritik akım (maximum stability flow) U_{ms} olarak anılır. Akımın, taneciklerin apareyden dışarı püskürtüldüğü terminal akımın önemli bir oranına eriştiği duruma türbülanslı rejim adı verilmektedir. Akışkan akımı sıfırdan başlayarak artınca, kütlesel hareket, sabit bir durumdan itibaren periyodik salınımlara, zaman zaman duraksayarak teklemler (stutters) ile noktalanen ve akım daha fazla arttığında daha sıklan salınımlara dönüşür. Test edilen en yüksek akımda, davranış fevkalade karmaşık (türbülanslı) hale gelir (şekil 3a-3b).



şekil 3. Altı akım şartı için, (a) zaman serisi diyagramları, (b) Fourier güç spektrumları: (i) titreşen tanecikler, (ii) kabarcık oluşumu, (iii) maximum stabil ağır hareket, (iv) arızı teklemlerli (stuttering) ağır hareket (slugs), (v) sık sık vuku bulan teklemlerli ağır hareket, (vi) türbülans benzeri svılaşma.

Teklemeler (stutters), U_{mss} ile türbülanslı rejim arasındaki akışkan akımının karakteristiğidir. U_{mss} in önemli oranda üstünde, dinamiğin karmaşıklığı akışkan akımı ile sürekli artar ve daha sık teklemeler ile karakterize edilir. (Şekil 4) teklemeler arasındaki ortalama zaman aralığı (T) nin, U_{mss} i aşan ΔU akışkan akımı artışının fonksiyonu olarak log-log diyagramını göstermektedir. U_{mss} ten öteye U arttıkça, teklemeler arasındaki ortalama zaman, akım oranının üstel gücü olarak azalır ($T \propto \Delta U^{-\gamma}$, $\gamma = 0,73$). Bu sonuçlar, bir tip ara vermelerle, olası bir kaotik duruma geçiş bulunduğunu hatıra getirmektedir.



Şekil 4. Akışkan akımının U_{mss} üstünde artması durumunda, stutters arasındaki ortalama zamanın değişimi. Etiketler Şekil 3'te gösterilen iki teklemeye durumunu işaretlemektedir.

Sonuç olarak, başlıca bulgu, ağır hareketli (slugging) rejimlerde, periyodik davranıştan olası düşük-boyutlu kaotik davranışa doğru göze çarpan duraksamalı bir geçişin varoluşudur. Basınç ölçümlerinin mikroskopik dinamiklerle maskelenmesine rağmen, ağır hareket (slugging) şeklindeki makroskopik hareket ile bütünleşen davranış, kütleli hareketin mevcut olmadığı durumdan, kaotik periyodik görünümlü salımlara ve akışkan akımı arttıkça oluşan aralıklı sıçramalara (bursts) doğru net bir geçişin mevcut bulunduğunu anlamında, düşük-boyutlu tipik kısımlara sahipmiş gibi tasvir edilebilir [3].

Problemin analitik etüdü, sıkıştırılamaz viskoz Newtonian akışkanın gözenekli bir diskten gözenekli bir ortamda enjeksiyon/emme yolu ile geçişinde, süreklilik, Navier-Stokes, Darcy ve enerji (ısı) denklemlerine dayanarak ele alınabilir [4]. Yatak dinamiği, tipik olarak, plenum odası ve atmosfer ile, ve tüb duvarının belirli noktaları arasındaki basınç farkları ile ilgili olarak belirlenecektir. Çalışmalar, prosesin hızlara bağlı olarak ortaya çıkan çeşitli

safhalarını, diferansiyel basınçları zamanın fonksiyonu, ve Fourier güç logaritmalarını frekansların fonksiyonu olarak ifade etmek üzere, deneylerde gözlenen aşağıdaki altı akım şartı için belirlemeye yöneliktir:

(i) titreşen tanecikler ($\ll U_{mss}$), (ii) kabarcık oluşumu ($< U_{mss}$), (iii) maksimum stabil ağır hareket (slugging) ($\approx U_{mss}$), (iv) arızı teklemeli (stuttering) ağır hareket (slugs) ($> U_{mss}$), (v) sık sık vuku bulan teklemeli ağır hareket ($\gg U_{mss}$), (vi) türbülans benzeri sıvılaştırma.

Nümerik analiz için Sonlu Elemanlar Metodu ve Zaman alanı algoritmasında iki adımlı ekplisit Taylor-Galerkin şeması kullanılacaktır [5].

3. Formülasyon

Dönel simetri mevcut olduğundan ve akım irrotasyonel varsayıldığından $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$; $v_\theta = 0$.

Silindirik koordinatlarda:

Süreklilik denklemi

Sıkıştırılmaz viskoz akışkan

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{v_r}{r} = 0 \quad (1)$$

Navier-Stokes (hareket) denklemleri

K = Darcy permeabilite katsayısı

Gravitasyon kuvveti ihmal edilerek (ρ , μ sabit)

$$\rho \frac{Dv_r}{Dt} + \frac{\partial p}{\partial r} = \mu \left(\nabla^2 v_r - \frac{v_r}{r^2} \right) - \mu \frac{v_r}{K} \quad (2)$$

$$\rho \frac{Dv_z}{Dt} + \frac{\partial p}{\partial z} = \mu \nabla^2 v_z - \mu \frac{v_z}{K} \quad (3)$$

Akışkan giriş basıncı p_∞

Enerji (ısı) denklemi

k = ısı iletkenlik (conductivity) katsayısı (sabit)

c_v = sabit hacim özgül ısı

Disipasyon Φ ihmal edilerek

$$\rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \frac{k}{c_v} \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{k}{c_v} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

Sınır şartları: Tüp duvar sıcaklığı T_w

Sonsuzdaki kaynakta sıcaklık T_∞

Vektörel olarak: (\mathbf{i}_r , \mathbf{i}_z birim vektörler)

L = alan koordinatları J = dönüşüm Jacobian matrisi

$$\mathbf{V} = v_r \mathbf{i}_r + v_z \mathbf{i}_z \quad \mathbf{\Omega} = \Omega_r \mathbf{i}_r + \Omega_z \mathbf{i}_z$$

$$\Omega_r = \mu \left(\nabla^2 v_r - \frac{v_r}{r^2} \right) - \mu \frac{v_r}{K}; \quad \Omega_z = \mu \nabla^2 v_z - \mu \frac{v_z}{K}$$

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} + \left(\frac{1}{J} \right) \frac{\partial p}{\partial L} = \mathbf{\Omega} \quad (5)$$

$$\rho \frac{DT}{Dt} - \frac{k}{c_v} \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{k}{c_v} \nabla^2 T$$

$$\rho \frac{DT}{Dt} - \frac{k}{c_v} \left(\frac{1}{J} \right)^2 \frac{1}{L_1} \frac{\partial T}{\partial L_1} = Q \quad Q = \left(\frac{1}{J} \right)^2 \frac{k}{c_v} \nabla^2 T \quad (6)$$

4. Sonlu Elemanlar Uygulaması

Akışkan ile dolu bölge üçgenlerden oluşan düzensiz bir ağ ile örtülmüştür. Primitif değişkenler v_r , v_z hız bileşenleri, p basıncı ve T sıcaklığıdır. Eleman üzerinde kuadratik hız ve sıcaklık ve lineer basınç alanları seçilmiştir. Alan koordinatları L_1 , L_2 , L_3 kullanılarak, hızlar ve sıcaklıklar için, üç tepe ve üç kenar ortası düğüm noktaları (1, 2, ..., 6) ya karşı gelen $\{N\}$ şekil fonksiyonları sırasıyla

$$L_1(2L_1-1); L_2(2L_2-1); L_3(2L_3-1); 4L_1L_2; 4L_2L_3; 4L_3L_1$$

ve basınçlar için 1, 2, 3 tepe düğüm noktaları şekil fonksiyonları L_1, L_2, L_3 'tür.

V, p, T için özdeş interpolasyon fonksiyonları uygulanmıştır:

$$\mathbf{V} = \sum N_i V_i \quad p = \sum N_i p_i \quad T = \sum N_i T_i \quad (7)$$

burada N_i şekil fonksiyonları ve V_i, p_i, T_i nodal değerlerdir.

$L_1 + L_2 + L_3 = 1$ olduğuna dikkat edilmelidir. Gauss kuadratur formülü kullanılmıştır. İntegrasyon, döneel simetri geometrisi $rdrd\theta dz$ diferansiyel elemanter hacim üzerinde yürütülmelidir. Çözüm θ koordinatından bağımsız olduğundan, θ ya göre integrasyon, 2π gibi bir çarpan sabiti verir. Global koordinatlara göre interpolasyon fonksiyonlarının türevleri

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{array} \right\} = J^{-1} \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial N_i}{\partial L_1} \\ \frac{\partial N_i}{\partial L_2} \end{array} \right\}; \text{ burada Jacobian dönüşüm matrisi } J = \left\{ \begin{array}{cc} \frac{\partial r}{\partial L_1} & \frac{\partial z}{\partial L_1} \\ \frac{\partial r}{\partial L_2} & \frac{\partial z}{\partial L_2} \end{array} \right\}$$

Üçgen eleman üzerinde nümerik integrasyon bakımından aşağıdaki gibi integrallerin dönüşümü gerekir:

$$\iint_{\Omega^e} F(r, z) dr dz = \iint_{\Omega^e} F(L_1, L_2, L_3) dL_1 dL_2$$

bunlar Gauss kuadratur formülü ile gerçekleştirilebilir:

$$\iint_{\Omega^e} F(L_1, L_2, L_3) dL_1 dL_2 \approx \sum_{I=1}^3 F(S_I) W_I$$

burada W_I ve S_I kuadratur kuralının ağırlıkları ve integrasyon noktalarıdır.

(7) denklemleri izlenerek şöyle yazılabilir:

$$\frac{\partial V}{\partial L} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial L_i} V_i \quad \frac{\partial p}{\partial L} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial L_i} p_i \quad \frac{\partial T}{\partial L} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial L_i} T_i$$

5. Zaman Alanında Nümerik Yaklaşım ve Çözüm Algoritması

İki adımlı algoritma:

Yalnızca eksplisit formdaki iki adımlı Taylor-Galerkin şeması kullanılacaktır (Zienkiewicz, Taylor 1991).

I. adım:

Bir elemanın her integrasyon noktasında

$$\rho V^{n+\frac{1}{2}} = \rho V^n - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{1}{J} \frac{\partial p_i^n}{\partial L_i} - \Omega^n \right) \quad (8)$$

ifadesi hesaplanacaktır; burada $V^n = \sum N_i V_i^n$ ve $\frac{\partial p_i^n}{\partial L_i} = \sum \frac{\partial N_i}{\partial L_i} p_i^n$

şeklindedir.

II.adım:

$$\rho V^{n+1} = \rho V^n + \rho \Delta V^n \quad (9)$$

olacak tarzda $\rho \Delta V^n$ değeri hesaplanacaktır; burada

$$\rho \frac{\Delta V^n}{\Delta t} = -M_L^{-1} \left[\int_V \frac{1}{J} \frac{\partial N^T}{\partial L_i} p_i^{n+\frac{1}{2}} dV - \int_V N^T \Omega^n dV + \oint_S N^T p_i^{n+\frac{1}{2}} n_i dS \right] \quad (10)$$

şeklinde verilmiştir; V hacim, S yanal yüzey ve n_i dışarı doğru yönlendirilmiş normaldir. İntegrasyon her düğüm noktası etrafındaki efektif hacim üzerinde yapılacaktır. Transient fonksiyonlarda optimal performans sağlamak için M matrisinin diyagonal formu M_L kullanılacaktır; burada

$$M = \int_V N^T N dV \quad M_L = \text{diag } M \quad (11)$$

T sıcaklığı için aynı yol izlenerek (6) denklemleri ile T dağılımı bulunur:

$$\rho T^{n+\frac{1}{2}} = \rho T^n + \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{k}{c_v} \left(\frac{1}{J} \right)^2 \frac{1}{L_{i_i}} \frac{\partial T_i^n}{\partial L_{i_i}} + Q^n \right] \quad (12)$$

$$\rho T^{n+1} = \rho T^n + \rho \Delta T^n \quad (13)$$

$$\rho \frac{\Delta T^n}{\Delta t} = M_L^{-1} \left[\frac{k}{c_v} \int_V \left(\frac{1}{J} \right)^2 \frac{1}{L_{ii}} \frac{\partial N^T}{\partial L_{ii}} T_i^{n+\frac{1}{2}} dV + \int_V N^T Q^n dV + \int_S N^T T_i^{n+\frac{1}{2}} n_i dS \right] \quad (14)$$

6.Şok Oluşumu

Navier-Stokes ve Enerji denklemlerinin nonlineer yapısı ekseriya keskin bir süreksizliğin ortaya çıktığı şok cephelerine götürmektedir. Yersel zaman adımlaması, belirli bir düğüm noktasına bağlanan herhangi bir elemanın en büyük Courant sayısını tayin etmek ve Δt miktarını buna karşı gelen kritik değere göre ayarlamak anlamına gelmektedir. Bu prosedür daimi duruma en hızlı yakınsamayı sağlayabilir. Her düğüm noktasında Courant sayısının mümkün olduğu kadar bire yakın olmasını sağlamaya çalışmak faydalıdır. Taylor-Galerkin şemasında dispasyonu dengelemenin doğru miktarı

$$\Delta t = \Delta t_{crit}$$

alınmasıdır. Detaylı gösterilirse

$$\Delta t \leq \Delta t_{crit} = \frac{h}{|u_n| + c}$$

burada h ağ şebekesinde en küçük eleman kenar boyunu gösterir ve iyileştirme prosesini ve yeniden yapılandırma ile ağ zenginleştirmesini hatırlatır; u_n ise lineerleştirilmiş bir Riemann analizi yapılırken dalga yayılım hızlarının belirlenmesinde x_n sınırına dik dışarı doğru normal doğrultusunda normal hız bileşenidir ve c ise $\gamma = c_p / c_v$ sabit basınç ve sabit hacim özgül

ısılarının oranı olmak üzere $c = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$ ile verilen sıkıştırılabilir dalga hızıdır.

Kaynaklar

- [1] Daw, C. Stuart, (1995), "Self-Organization and Chaos in a Fluidized Bed," *Physical Review Letters*, Vol.75, No.12.
- [2] Kunii, D., O. Levenspiel, (1991), "Fluidization Engineering", *Butterworths*, London.
- [3] Pak, H.K., R.P. Behringer, (1994), "Nature", London, 371, 231.
- [4] Celasun, Ş., Y. Öztürk, (2003), "An Example to the Numerical Processing of Non-isothermal Flow of Non-Newtonian Fluids", *Parallel CFD Conference Proceedings*, Moscow, Russia.
- [5] Celasun, Ş., Y. Öztürk, (2005), "Boltzmann Denkleminin Sonlu Elemanlar Metodu Kullanılarak Uygulanması", *TUMTMK XIV. Ulusal Mekanik Kongresi*, 12-16 Eylül, Mustafa Kemal Üniversitesi, Antakya.